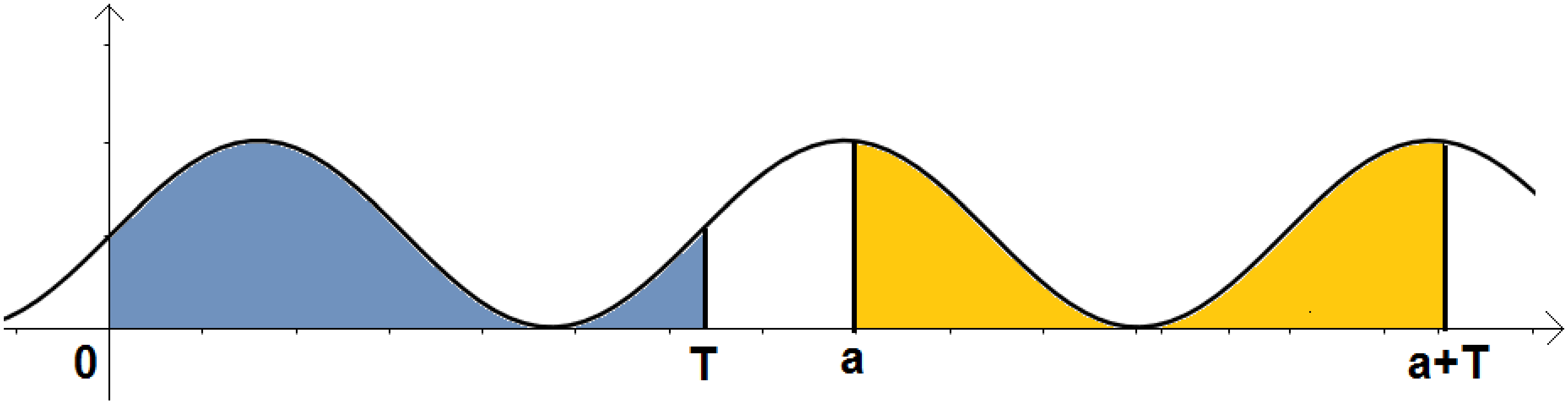
NOUVEAUX GROUPES

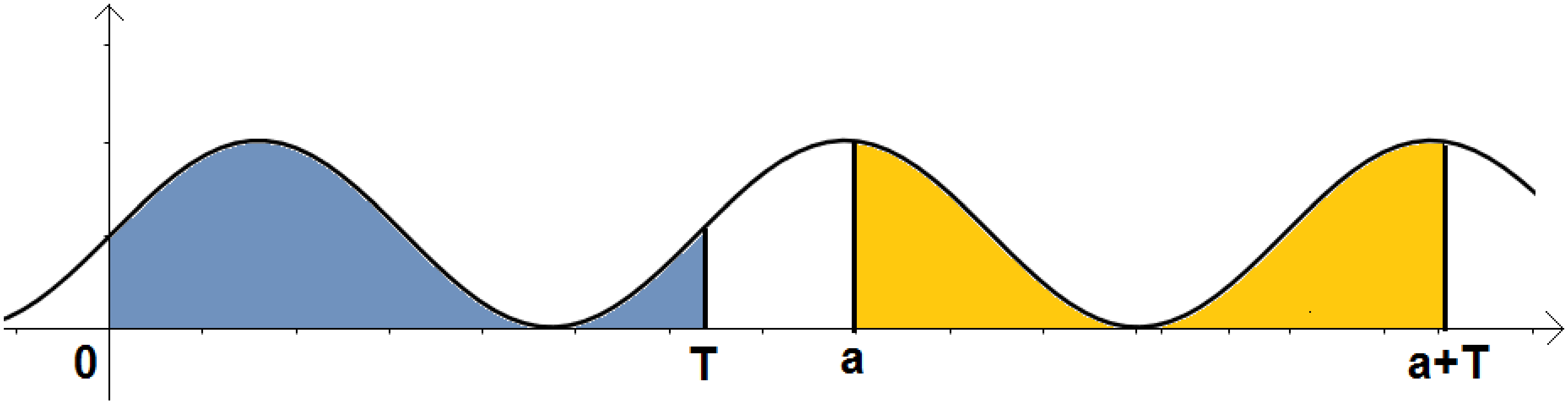
	GROUPE A (26)		GROUPE B (25)		GROUPE C (26)		GROUPE D (26)	
	Nom	Prénom	Nom	Prénom	Nom	Prénom	Nom	Prénom
1	ALLAIN	Jeremy	CRETOIS	Marine	AUDIC	Armand	AUDRAIN	Guillaume
2	BECHENNEC	Nolwenn	DEGOUSEE	Camille	BEN HARZALLAH	Omar	BLANCHARD	Maël
3	BELKADI	Ayoub	DEMOUSTIER	Lucas	BOIDEVAIX	Julien	CORDON	Mathis
4	BIRE	Nicolas	DESFONTAINES	Nicolas	CHARBONNEAU	Cyprien	CORNUDET	Elodie
5	BOISSEAU	Teddy	DESMONTILS	Adrien	CHEN	Lezhi	DEVILLERS	Arnaud
6	BONNEVILLE	Léon	DOUILLARD	Alexandre	DURAND	Tom	DIOP	Binetou
7	BOUDAUD	Simon	DRIOL	Mathieu	DUPUY	Adrien	DRIDI	Chakib
8	BRUN	Joshua	DUPUIS	Jordan	GANDARA	Marine	HURIEZ	Paul
9	CHAPMAN	George-Bryan	EMERY	Tom	GARREAU	Alan	JOLLIVET	Victor
10	CHARRIER	Samuel	EVEILLARD	Alexandre	GILLES	Brendan	LE MELLAY	Pierre
11	CHATELIER	Maël	GALAIS	Maël	GOBIN	Jildaz	LE MOULLEC	Gabriel
12	CLABAU	Alexis	GLOTAIN	Yann	GODET	Antoine	LEMEILLEUR	Louis
13	CORBIN	Pierre	LE BAIL	Louis	GUÉRIF	Guillaume	LEQUERRE	Kilian
14	GUERET	Grégory	LE GUILLOU	Ewen	GUINLE	Alex	LO'CH	Ewen
15	GUILLOU	Etienne	LIANG	Tingxi	HAMON	Hugo	MAYE	Charles
16	HANTRAIS	Kevan	NEURY	Alexandre	HUVELIN	Loïc	MICHON-BUHE	François
17	HOURDEBAIGT	Ludovic	OGUZ	Sefa	JAMIN	Tanguy	MODICOM	Gwenn
18	JULIENNE	Nathanael	PEARSE	Charles	LE BAIL	Alan	MOINET	Adrien
19	KARKAB	Nassim	PIGEARD	Baptiste	LE NAN	Quentin	NICOLAS	Pierre
20	LE CAIGNEC	Yann	REDUREAU	Théo	M'BOLIWANE	Jete	NOUGUE	Paul
21	MELO PUERTAS	José María	RICHARD	Mael	POSTOLLEC	Lucas	PELTIER	Paul
22	PETIT	Younès	SAID TOURQUI	Imran	RANNOU	Michael	PERES	Florian
23	PERRAULT	Guillaume	TORCHUT	Frédéric	ROUZE	Enzo	RADHA KRISHNAN	Thurga Roobine
24	PIERRE	William	SELO	Jeremy	SARKIS--DUMAS	Guilhem	TREBERN	Quentin
25	POUTEAU	Louis	ZEÑA VERGARA	Carla Vanessa	TRUET	Killian	VERMEIL	Timothe
26	RAVARY	Louis			VITTOZ	Yannick	VERNET	Antoine

SERIE DE FOURIER

SIGNAL PERIODIQUE



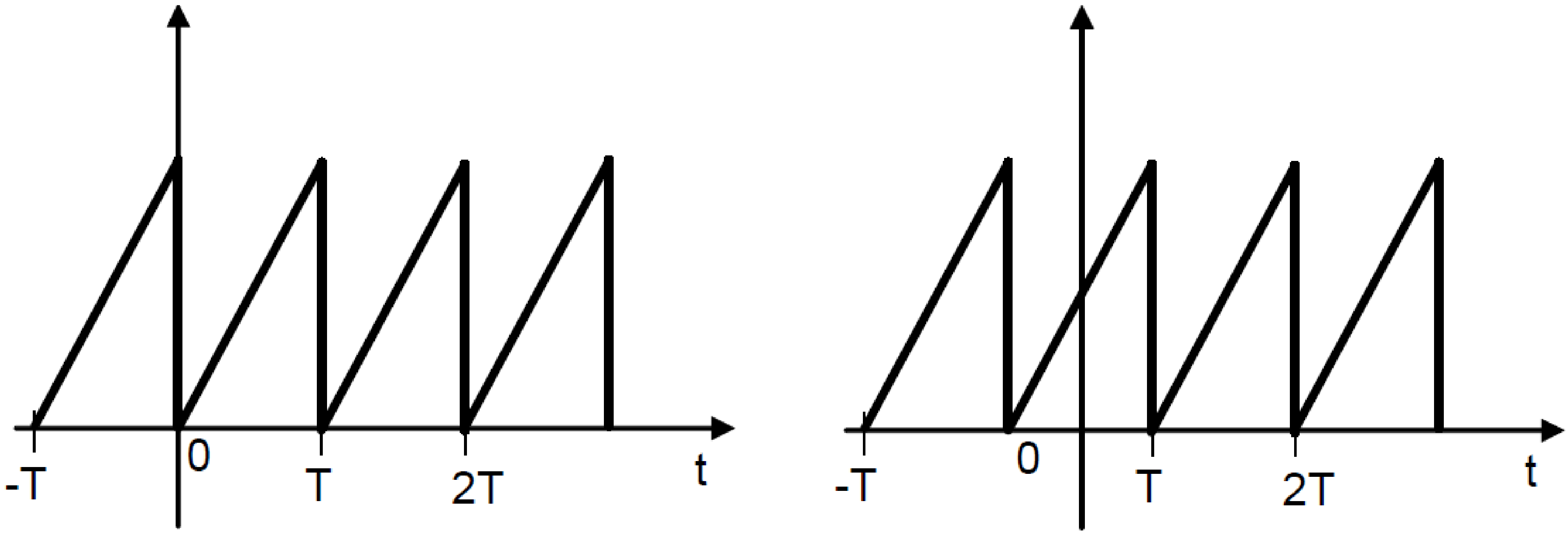
SIGNAL PERIODIQUE



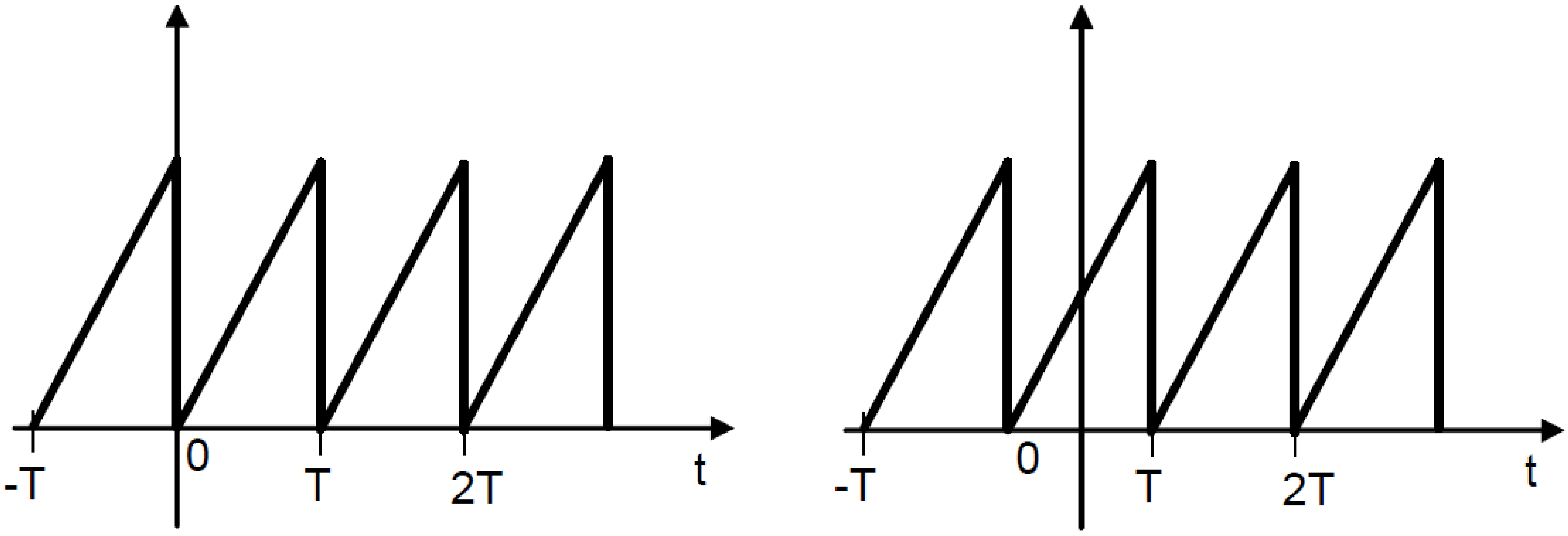
Si s est un signal périodique de période T alors:

$$\int_0^T s(t)dt = \int_a^{a+T} s(t)dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)dt$$

SIGNAUX PERIODIQUES USUELS

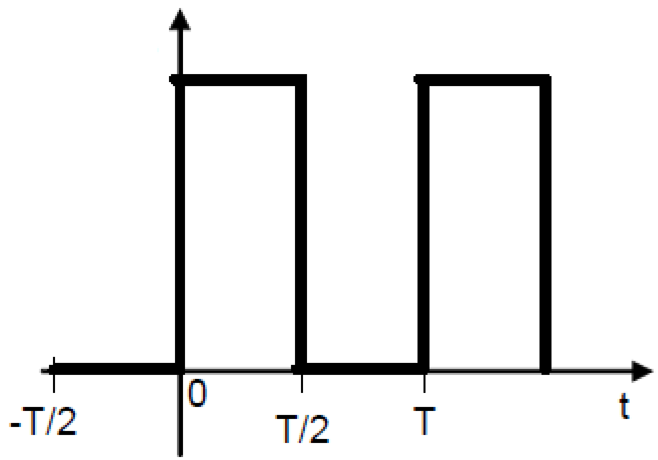


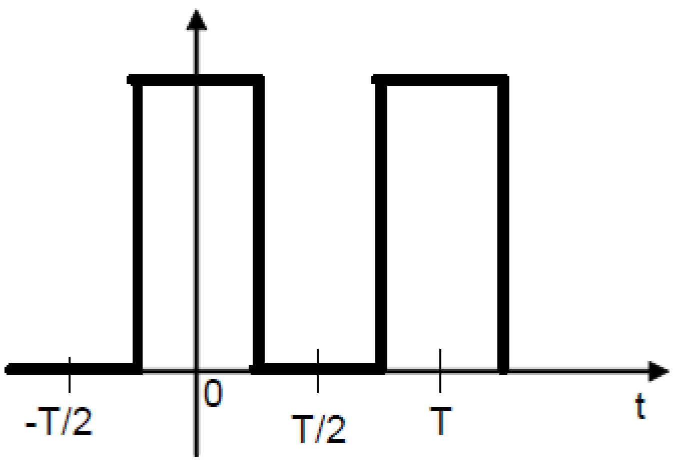
SIGNAUX PERIODIQUES USUELS

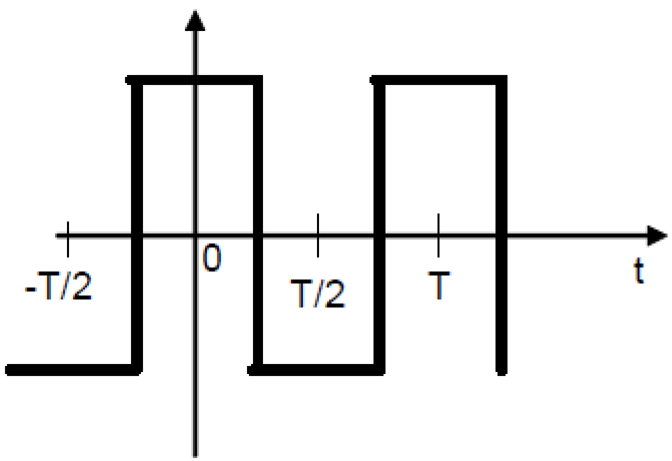


signal en dents de scie

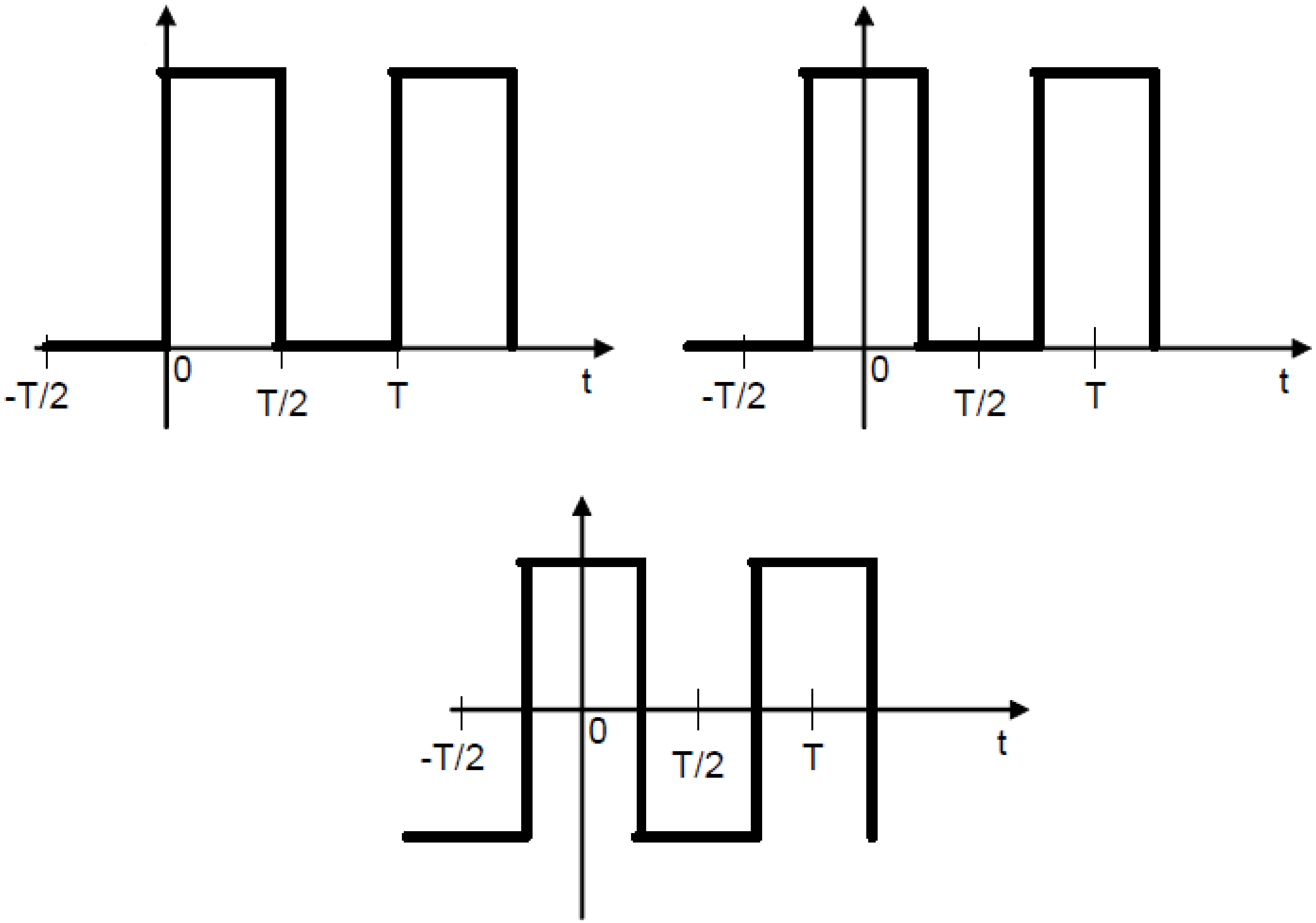
SIGNAUX PERIODIQUES USUELS





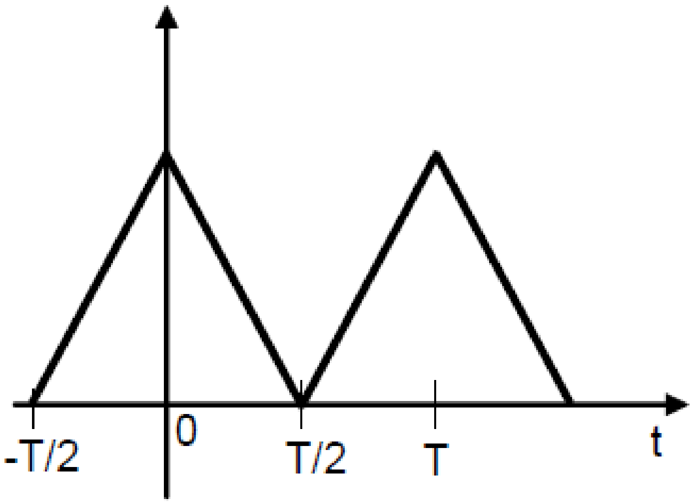


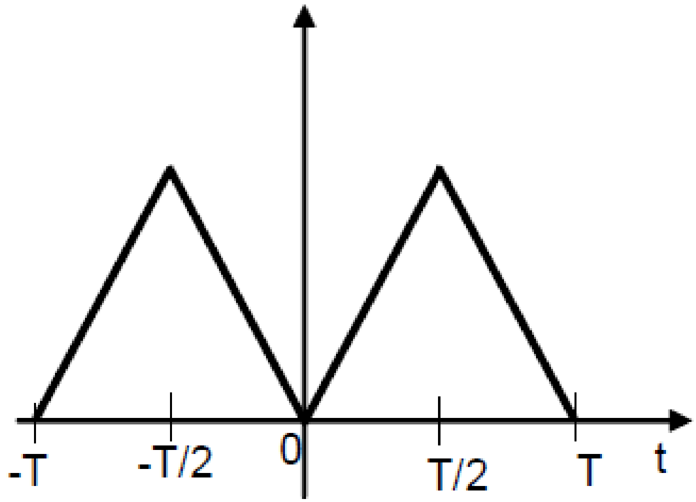
SIGNAUX PERIODIQUES USUELS

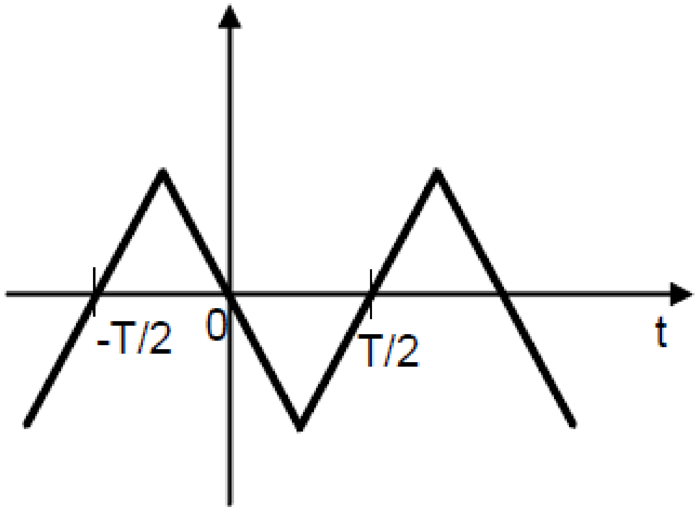


<u>signal carré ou signal en créneaux</u>

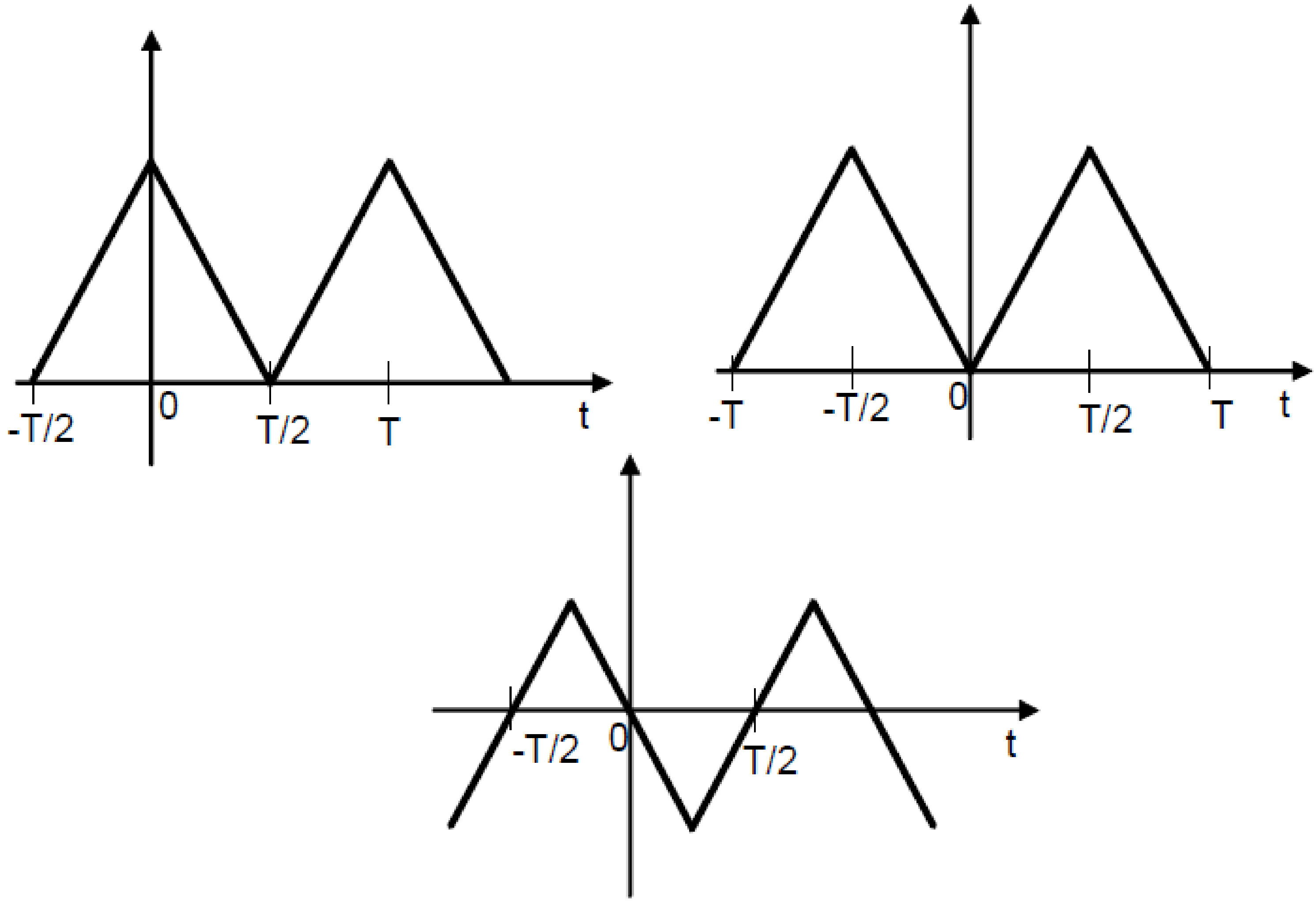
SIGNAUX PERIODIQUES USUELS





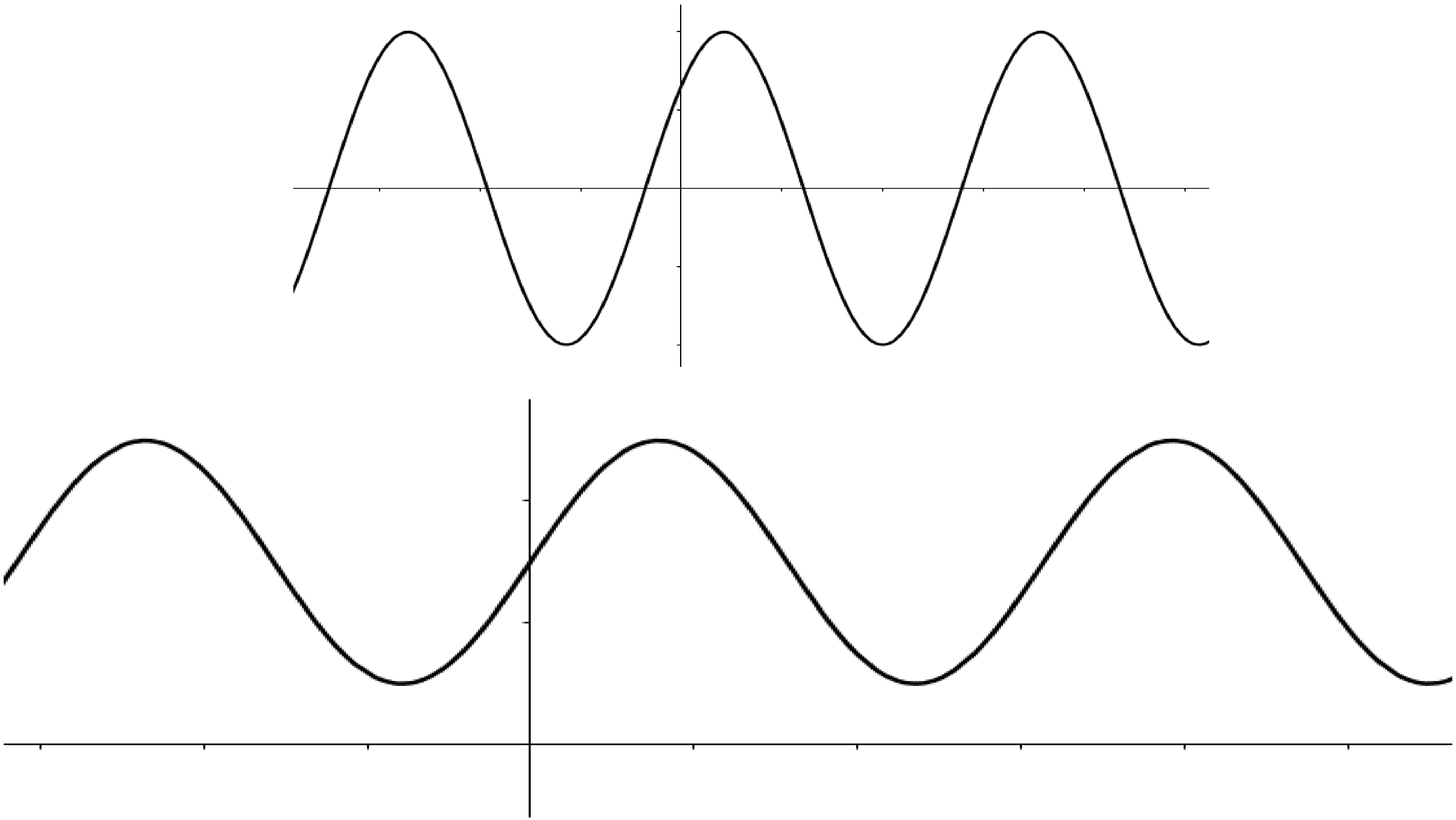


SIGNAUX PERIODIQUES USUELS

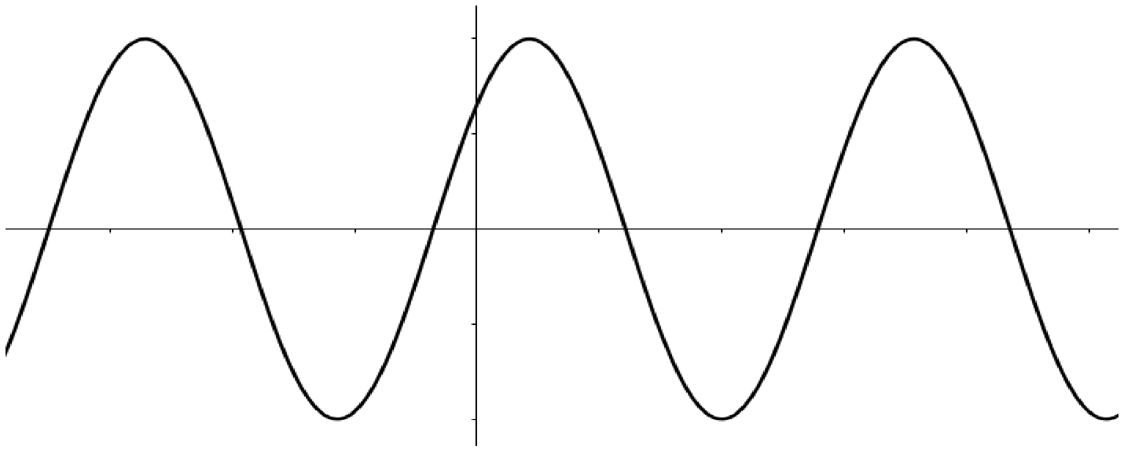


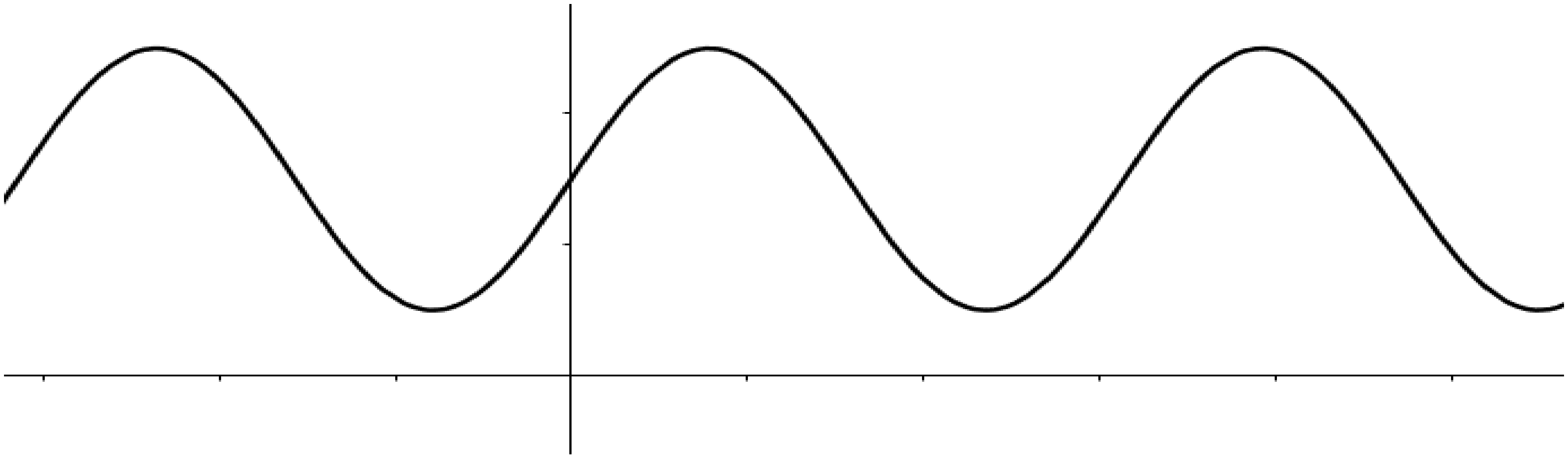
signal triangulaire

SIGNAUX PERIODIQUES USUELS



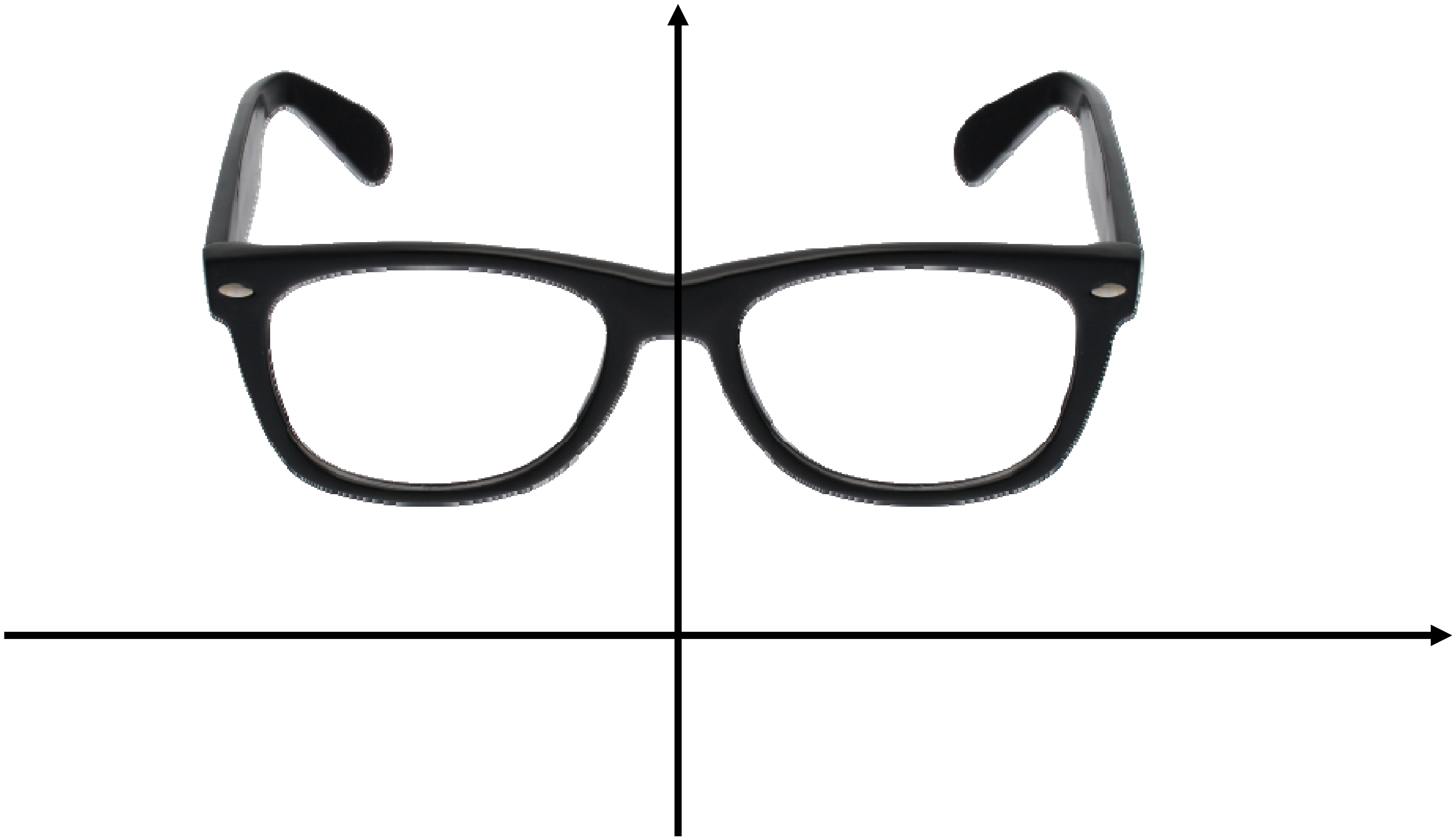
SIGNAUX PERIODIQUES USUELS





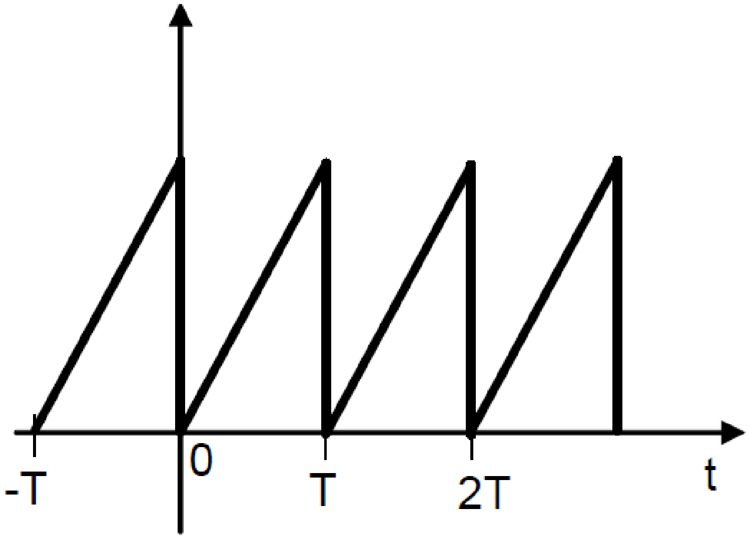
signal sinusoïdal

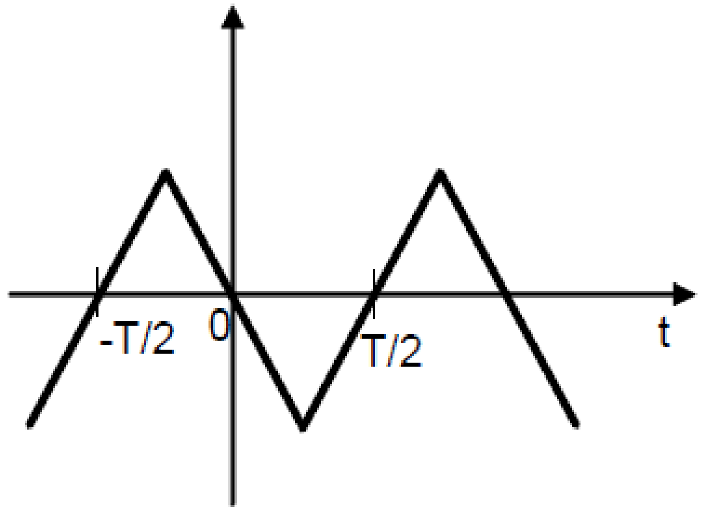
FONCTION PAIRE

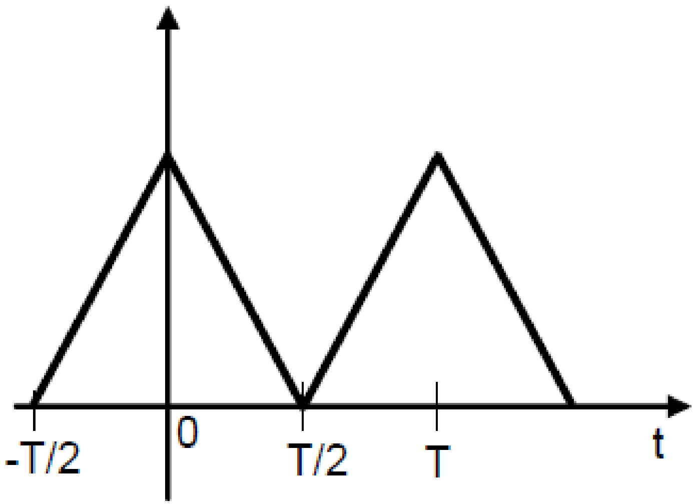


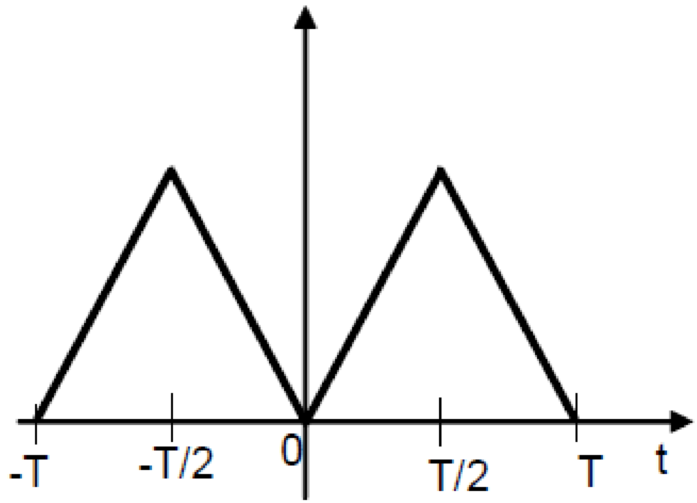
FONCTION PAIRE

FONCTION PAIRE ET IMPAIRE



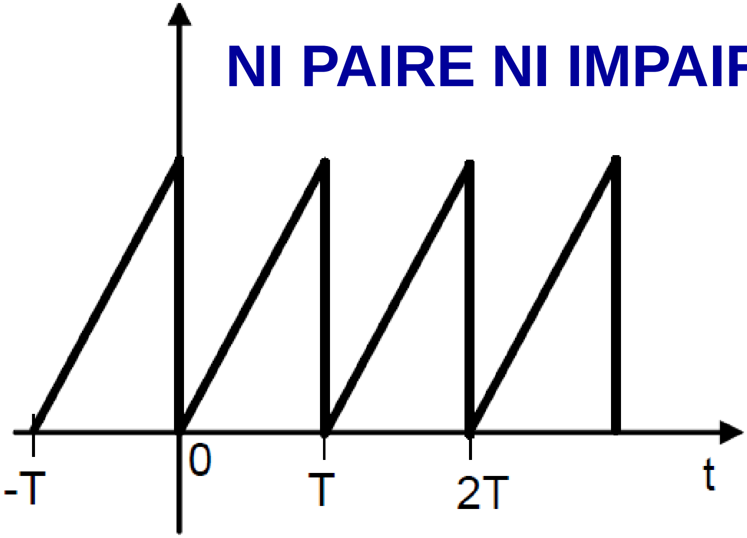




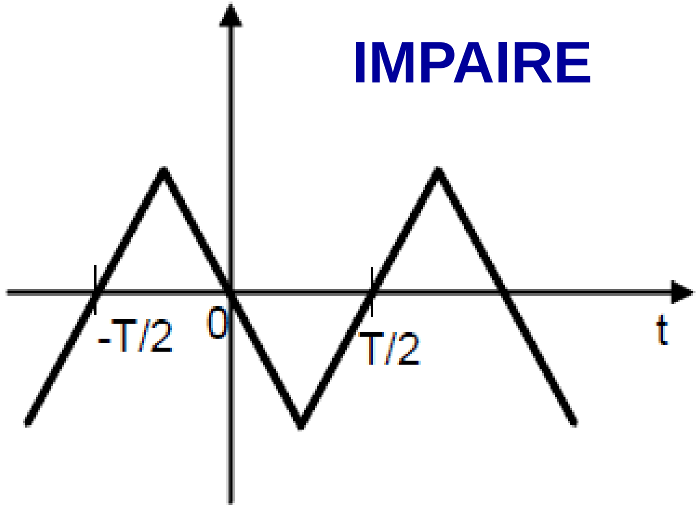


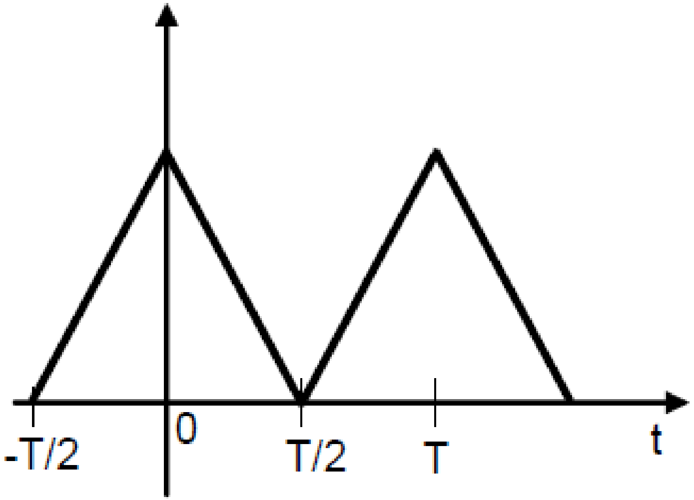
FONCTION PAIRE ET IMPAIRE

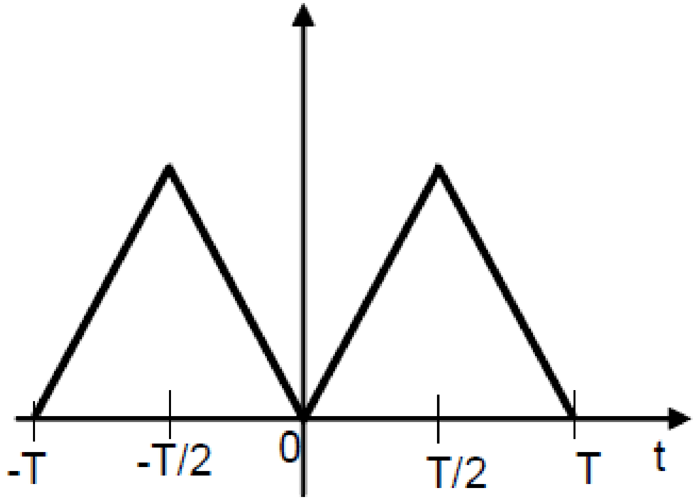
NI PAIRE NI IMPAIRE



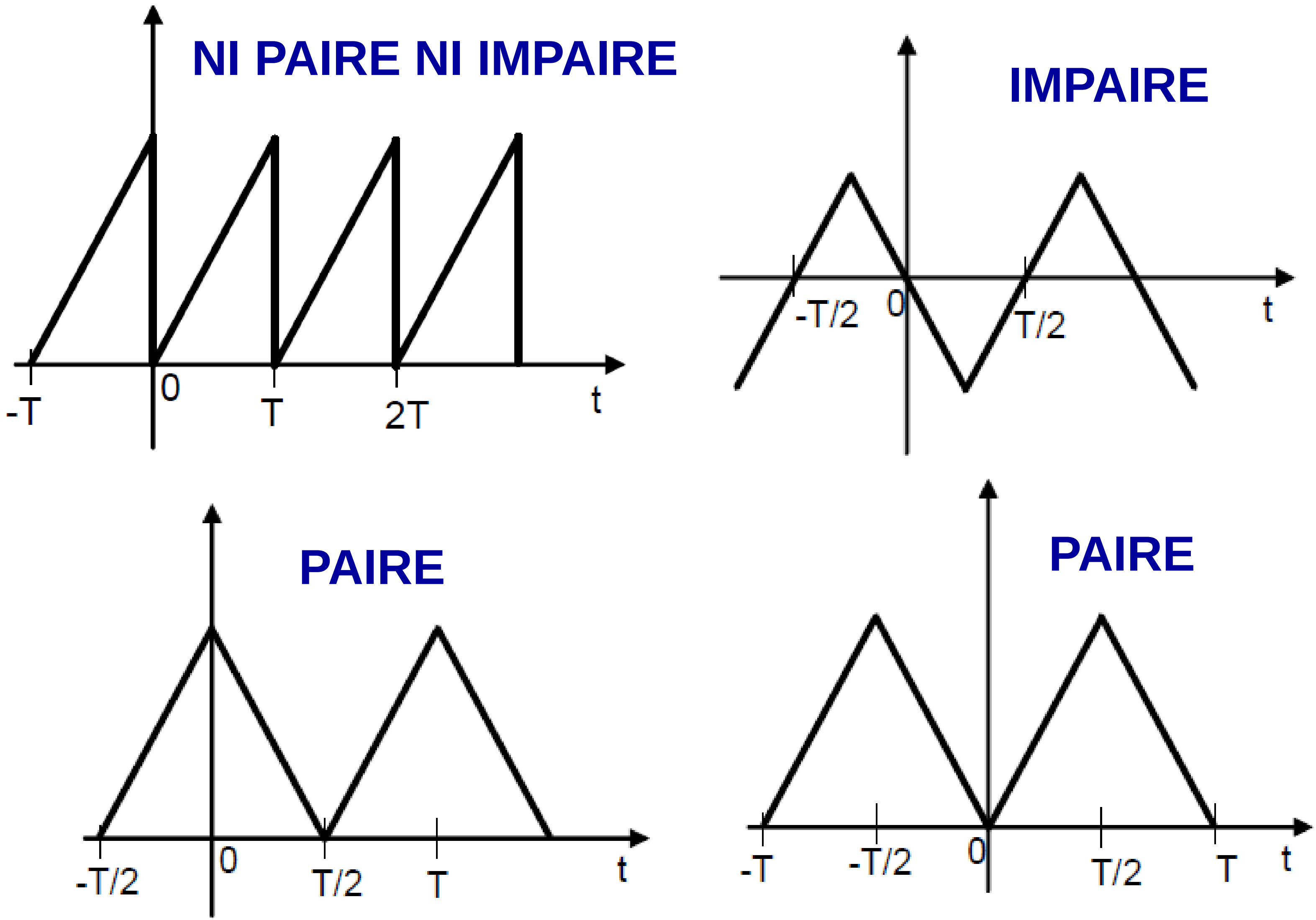
IMPAIRE



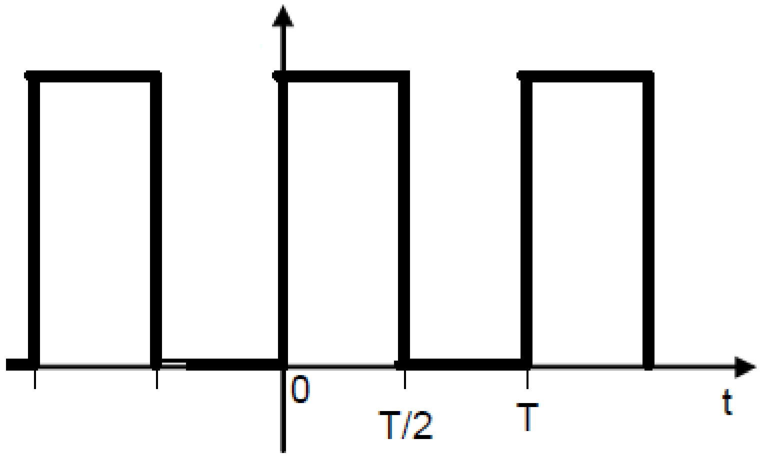


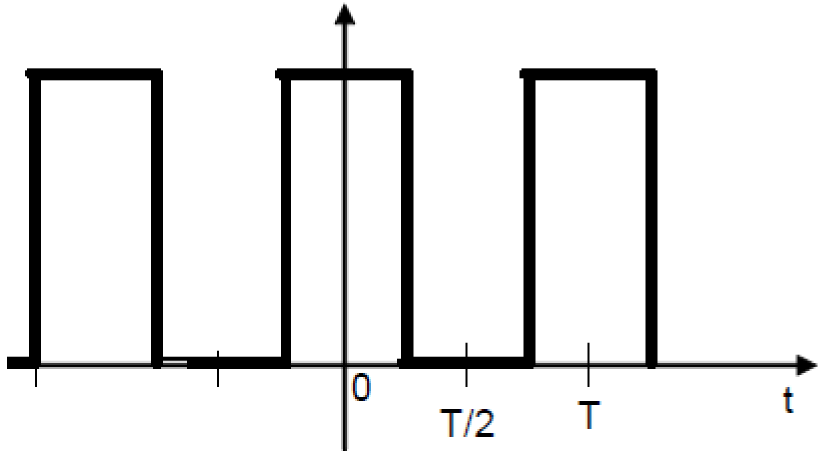


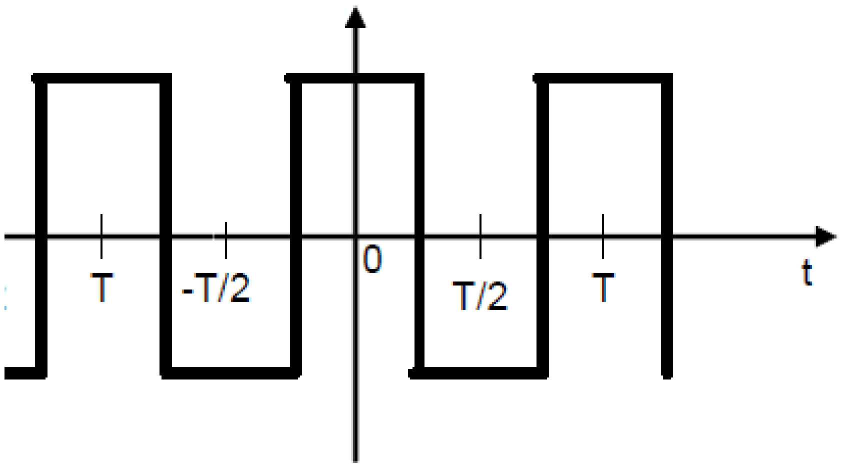
FONCTION PAIRE ET IMPAIRE

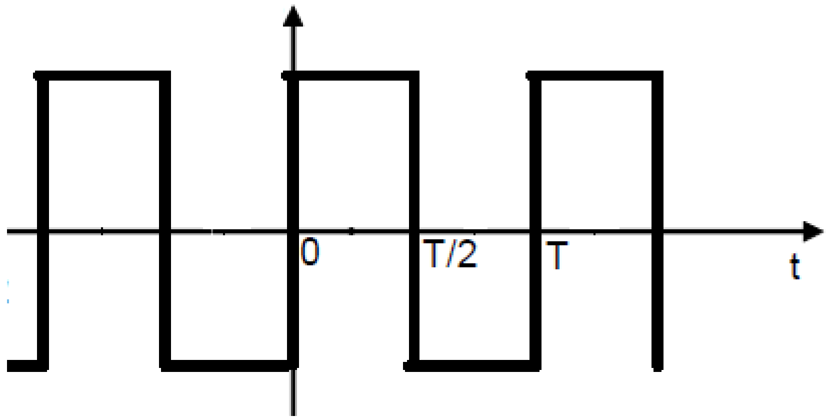


FONCTION PAIRE ET IMPAIRE



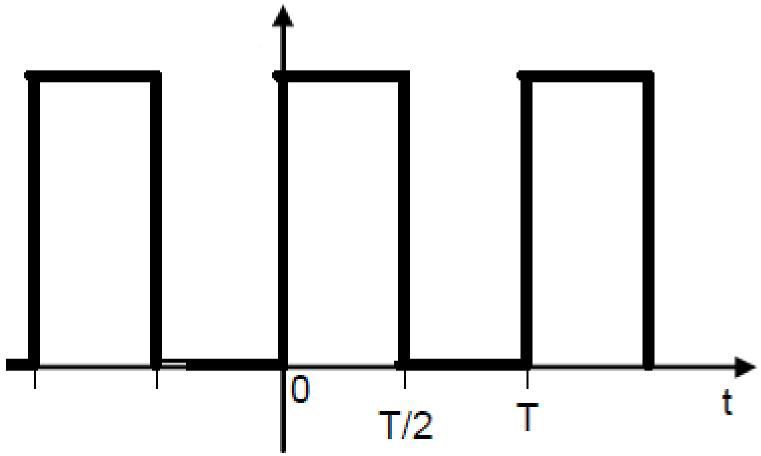




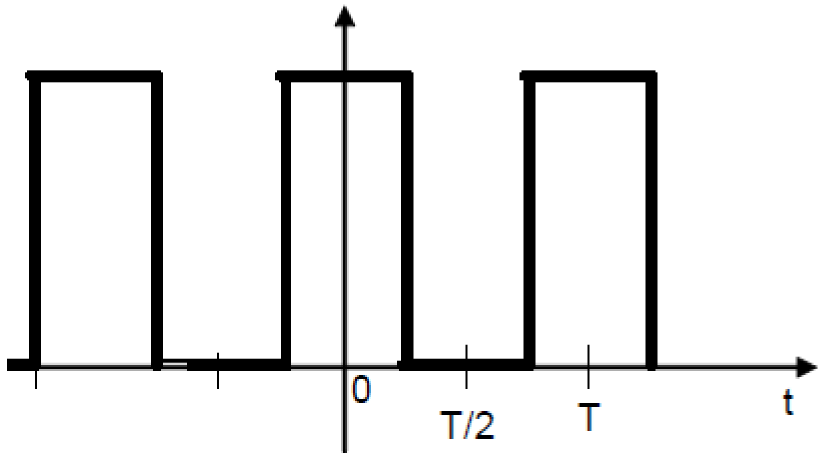


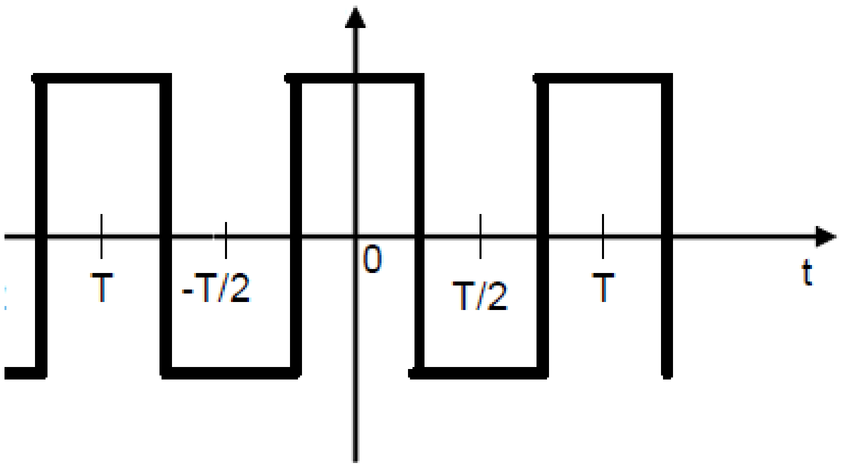
FONCTION PAIRE ET IMPAIRE

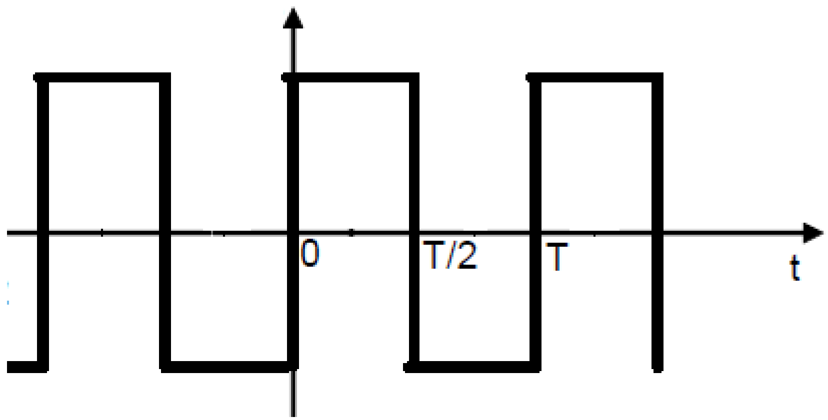
NI PAIRE NI IMPAIRE



PAIRE

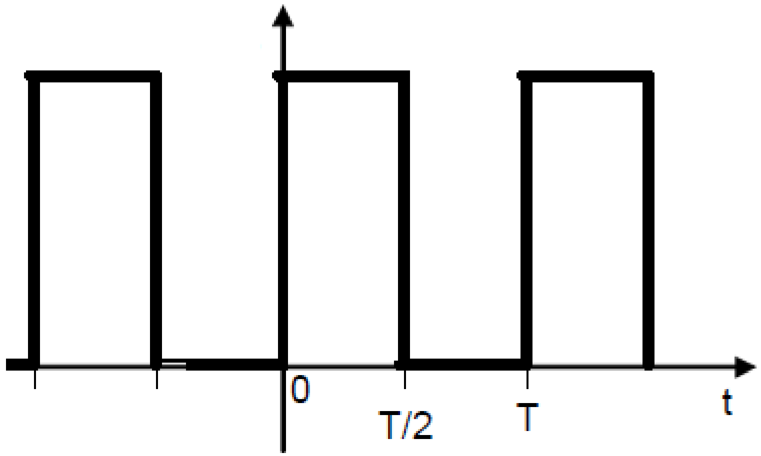




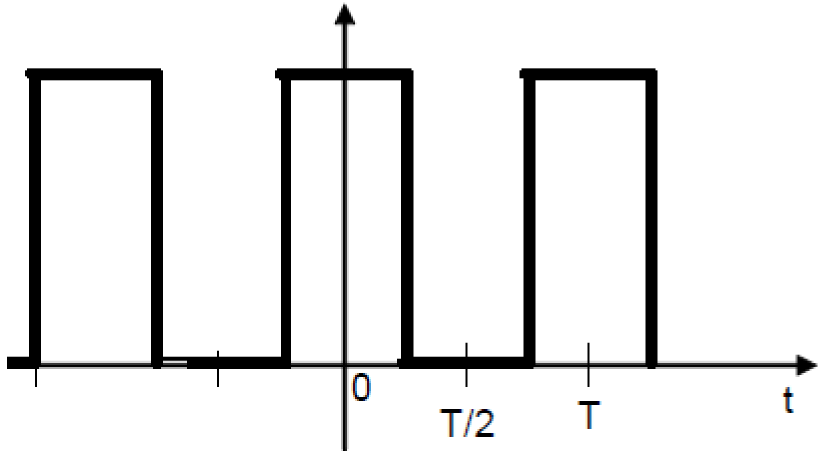


FONCTION PAIRE ET IMPAIRE

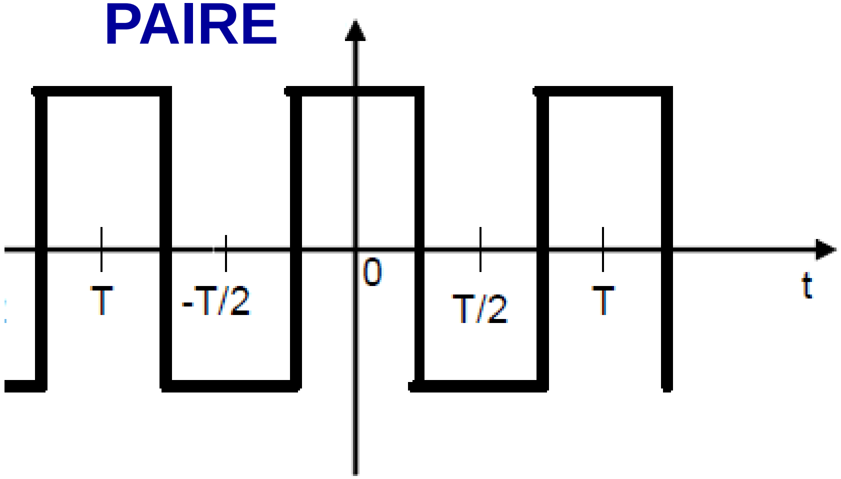
NI PAIRE NI IMPAIRE



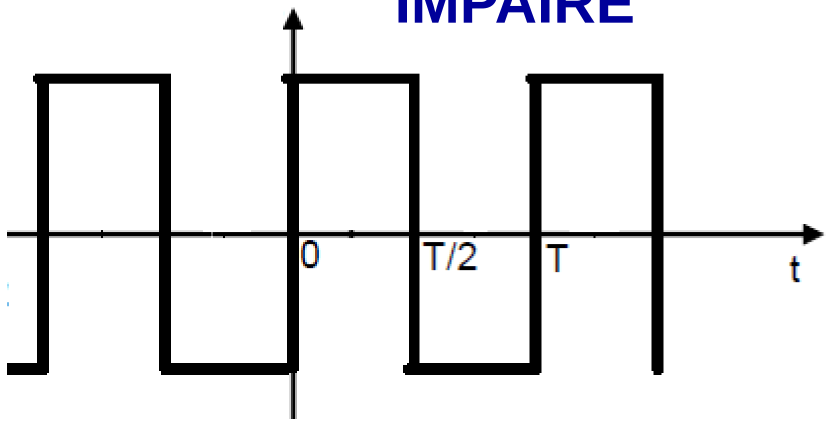
PAIRE



PAIRE

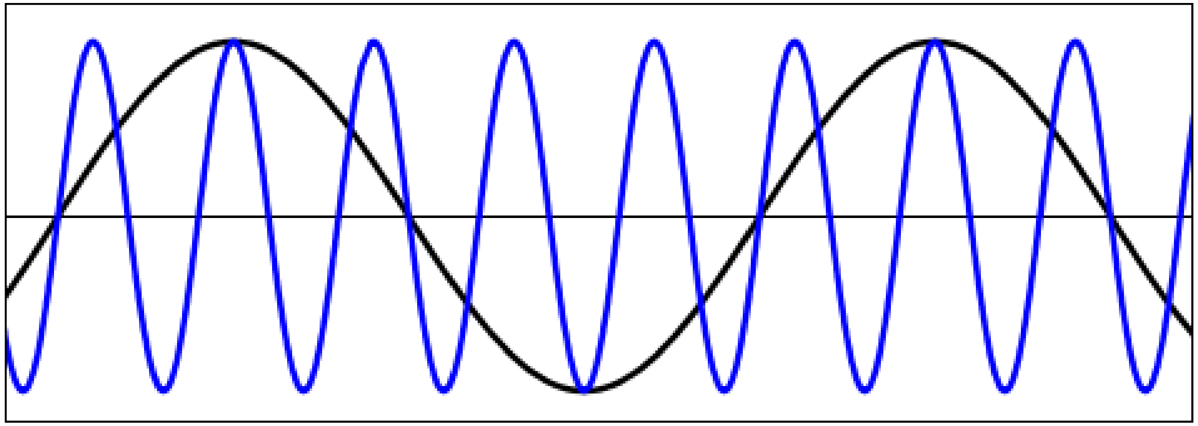


IMPAIRE



PULSATION

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ et s'exprime en rad/s}}$$



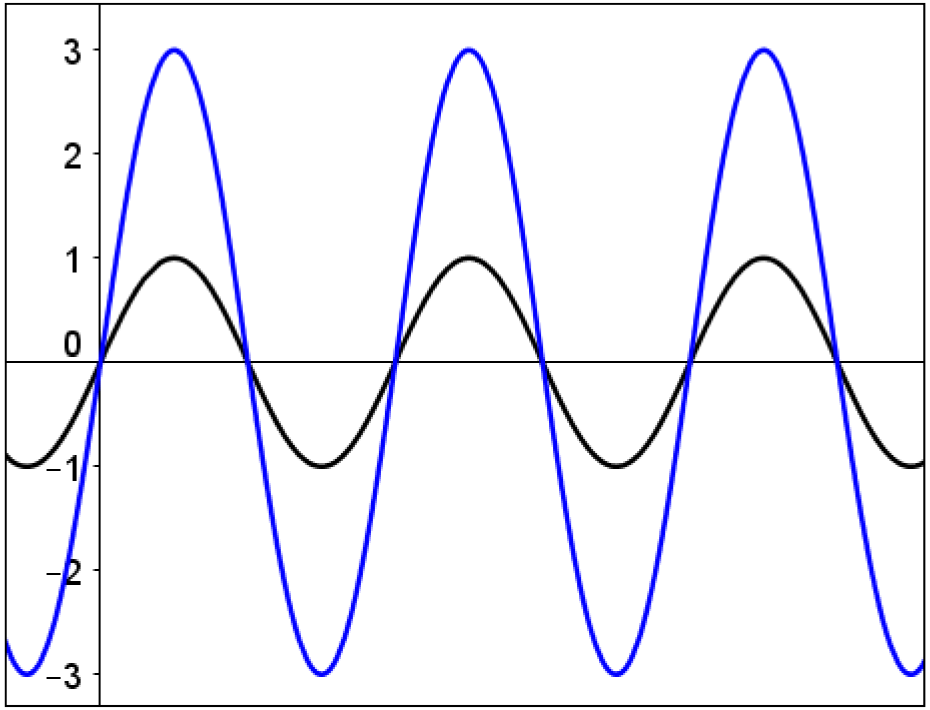
Courbe en noir:

$f(t) = \sin(t)$

Courbe en bleu:

$g(t) = \sin(5t)$

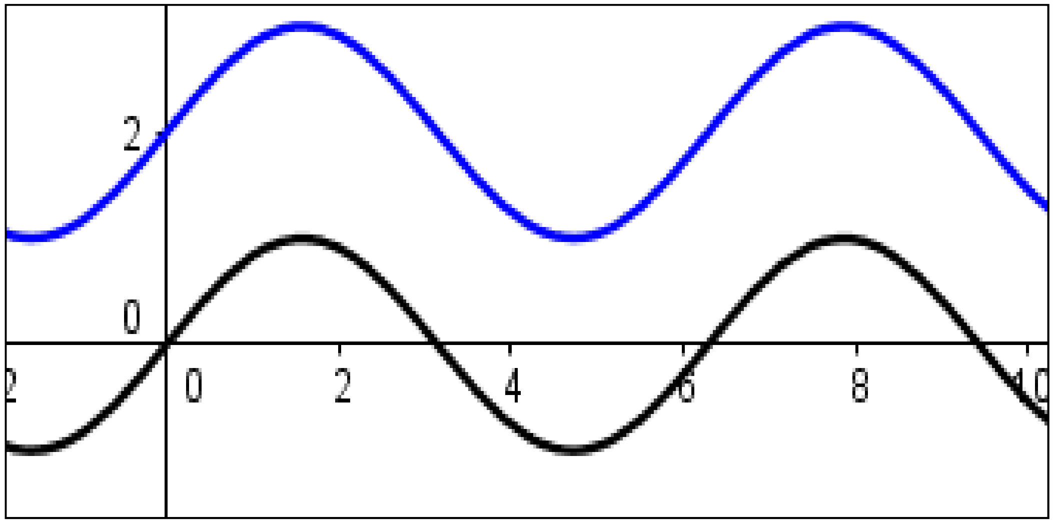
AMPLITUDE



Courbe en noir: $f(t) = \sin(t)$

Courbe en bleu: $g(t) = 3\sin(t)$

VALEUR MOYENNE



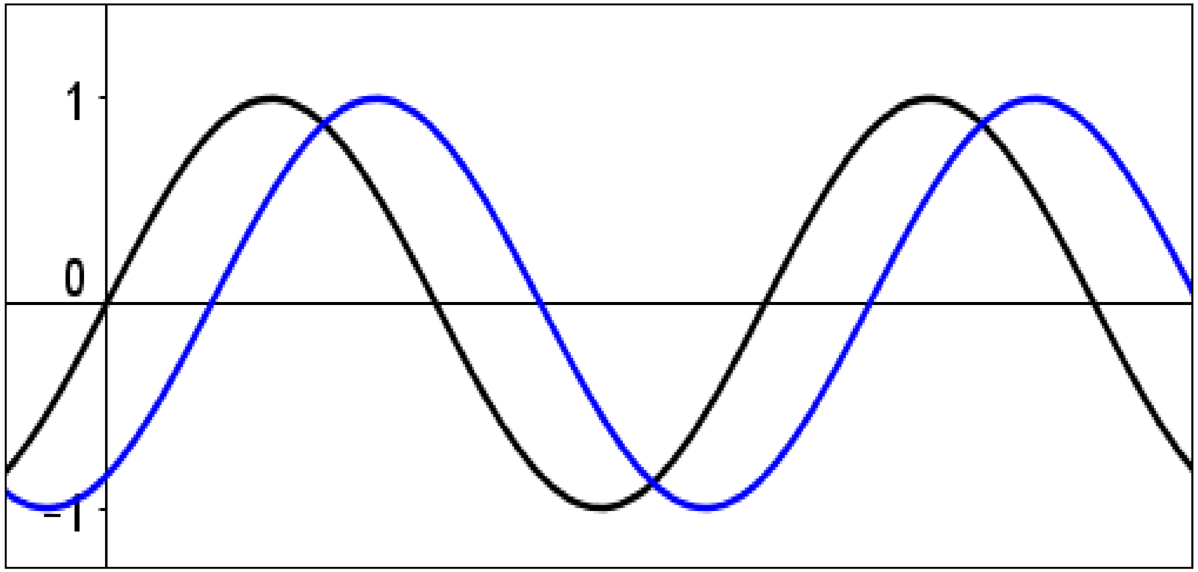
Courbe en noir:

$f(t) = \sin(t)$

Courbe en bleu:

$g(t) = 2 + \sin(t)$

PHASE



Courbe en noir:

$f(t) = \sin(t)$

Courbe en bleu:

$g(t) = \sin(t-1)$

BILAN SIGNAL SINUSOIDAL

$$\left.\begin{array}{l} s(t) = b + A\cos(\omega t - \varphi) \\ s(t) = b + A\sin(\omega t - \varphi) \end{array}\right\} \text{signaux sinusoïdaux}$$

b est la valeur moyenne de $s(t)$

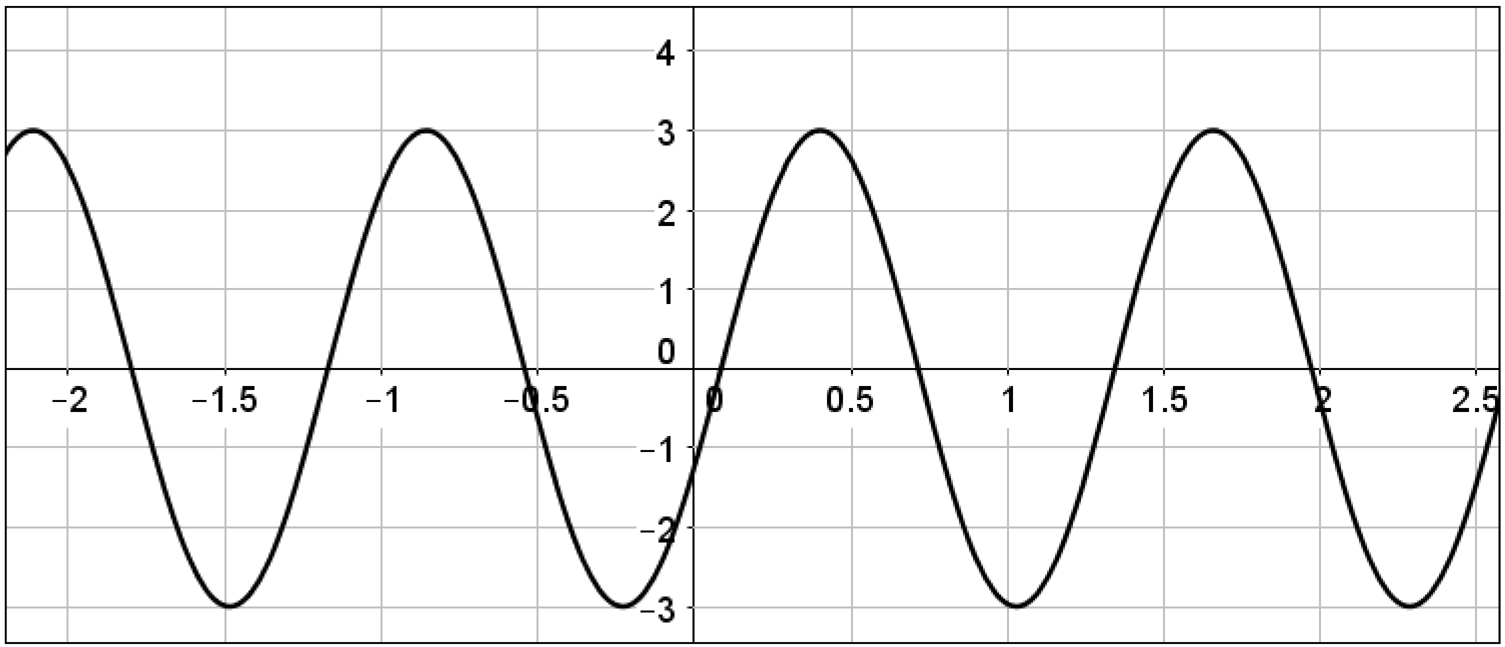
$|A|$ est l'amplitude de $s(t)$

ω est la pulsation de $s(t)$

φ est la phase de $s(t)$

BILAN SIGNAL SINUSOIDAL

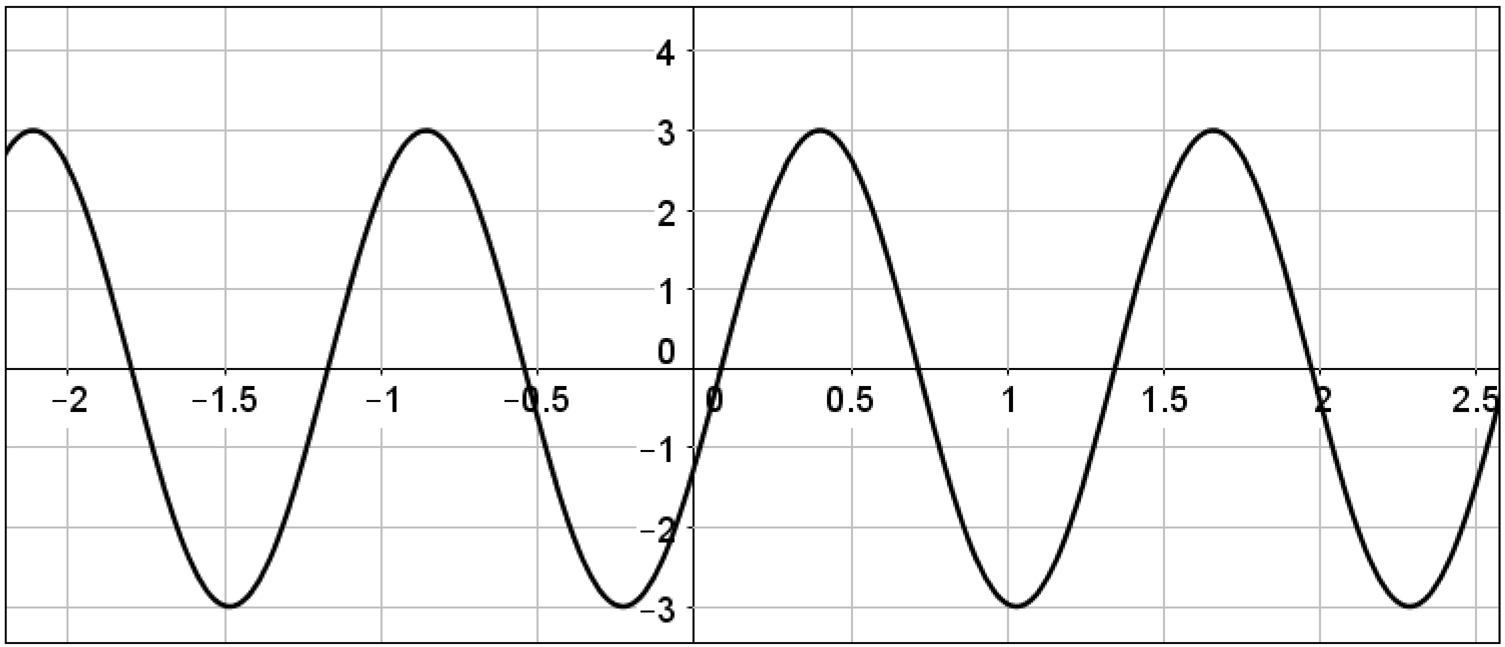
$$s(t) = A\cos(\omega t - 2)$$



BILAN SIGNAL SINUSOIDAL

$$s(t) = A\cos(\omega t - 2)$$

$$s(t) = 3\cos(\omega t - 2)$$

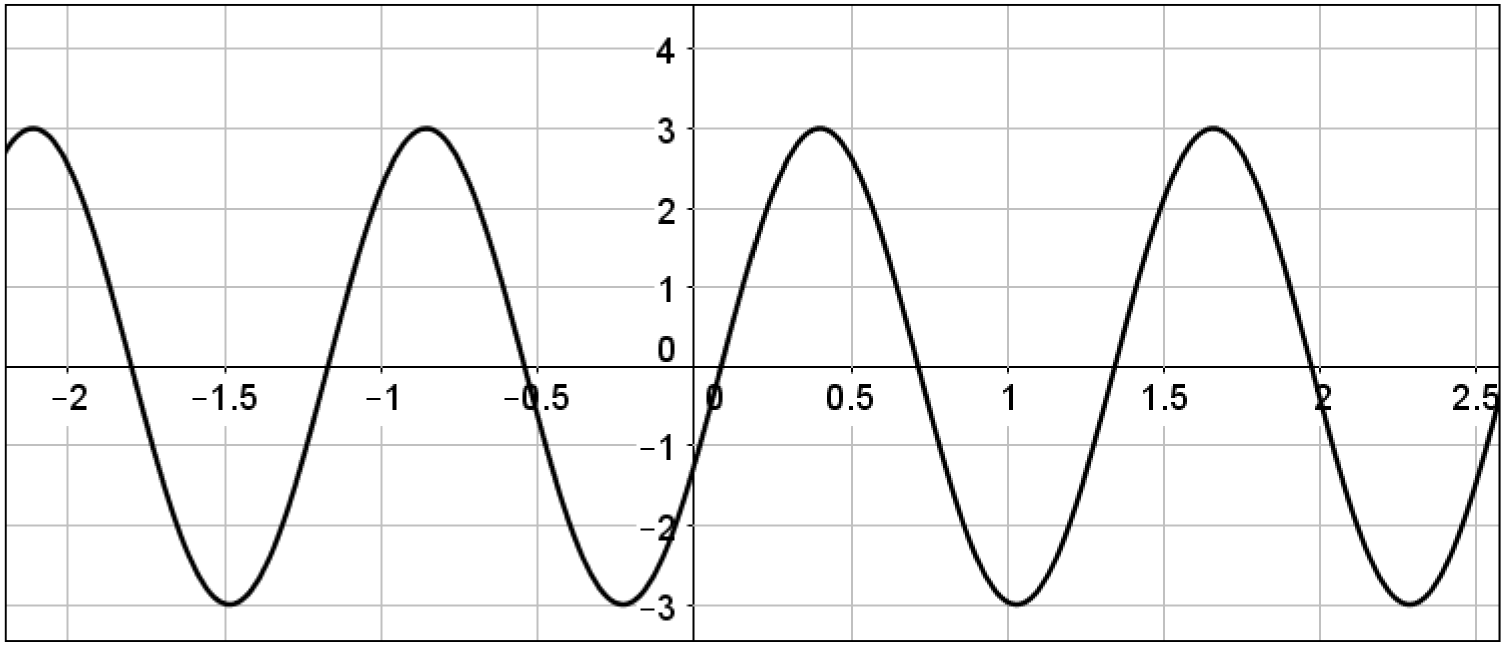


BILAN SIGNAL SINUSOIDAL

$$s(t) = A\cos(\omega t - 2)$$

$$s(t) = 3\cos(\omega t - 2)$$

$$T = 1.3 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \approx 4.8 \text{ rad/s}$$



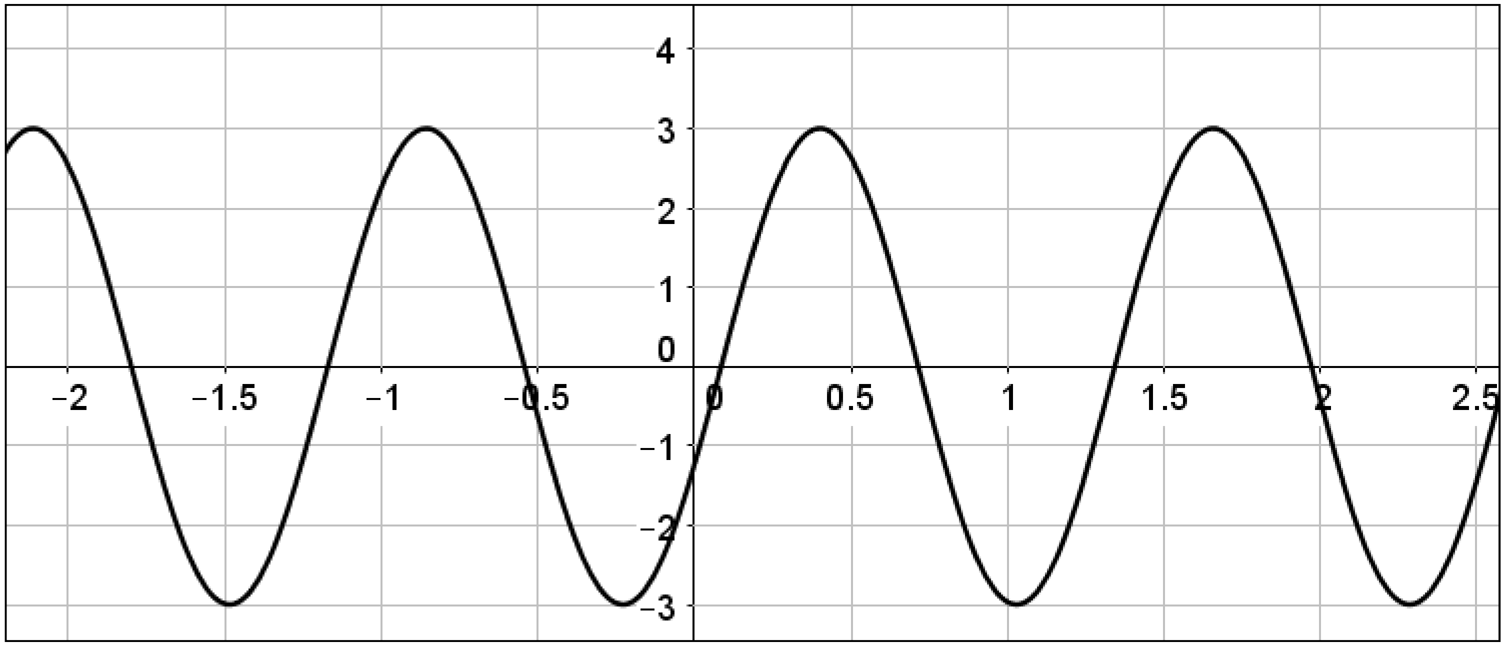
BILAN SIGNAL SINUSOIDAL

$$s(t) = A\cos(\omega t - 2)$$

$$s(t) = 3\cos(\omega t - 2)$$

$$T = 1.3 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \approx 4.8 \text{ rad/s}$$

$$\boxed{s(t) = 3\cos(4.8t - 2)}$$



SOMME DE COS ET SIN

$$3\cos(2t)+4\sin(2t)\approx$$

$$3\cos(2t)-4\sin(2t)\approx$$

SOMME DE COS ET SIN

$$3\cos(2t)+4\sin(2t)\approx$$

$$3\cos(2t)-4\sin(2t)\approx$$

<u>Propriété:</u>

$$a\cos(\omega t)+b\sin(\omega t)=\sqrt{a^2+b^2}\cos\left(\omega t-\varphi\right) \text{ avec } \varphi=\arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

SOMME DE COS ET SIN

$$3\cos(2t)+4\sin(2t)\approx 5\cos\left(2t-0.93\right)$$

$$3\cos(2t)-4\sin(2t)\approx 5\cos\left(2t+0.93\right)$$

<u>Propriété:</u>

$$a\cos(\omega t)+b\sin(\omega t)=\sqrt{a^2+b^2}\cos\left(\omega t-\varphi\right)\ \text{avec}\ \varphi=\arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

DECOUVERTE DE FOURIER

Le mathématicien français FOURIER a établi que

sous certaines conditions un signal périodique quelconque

peut se décomposer en une somme infinie de signaux sinusoïdaux

DECOUVERTE DE FOURIER

Le mathématicien français FOURIER a établi que
sous certaines conditions un signal périodique quelconque
peut se décomposer en une somme infinie de signaux sinusoïdaux

Quelles sont les conditions?

Le signal doit être continu par morceaux et
sa dérivée doit être continue par morceaux

DECOUVERTE DE FOURIER

Le mathématicien français FOURIER a établi que

sous certaines conditions un signal périodique quelconque

peut se décomposer en une somme infinie de signaux sinusoïdaux

Quelles sont les conditions?

Le signal doit être continu par morceaux et

sa dérivée doit être continue par morceaux

Tous les signaux électriques usuels vérifient ces conditions

DECOUVERTE DE FOURIER

Soit $s(t)$ un signal périodique de pulsation ω :

$$s(t) = \sum \cos + \sum \sin$$

DECOUVERTE DE FOURIER

Soit $s(t)$ un signal périodique de pulsation ω :

$$s(t) = \sum \cos + \sum \sin$$

$$s(t) = a_1 \cos(\omega) + a_2 \cos(2\omega) + \ldots + b_1 \sin(\omega) + b_2 \sin(2\omega) + \ldots$$

DECOUVERTE DE FOURIER

Soit $s(t)$ un signal périodique de pulsation ω :

$$s(t) = \sum \cos + \sum \sin$$

$$s(t) = a_1 \cos(\omega) + a_2 \cos(2\omega) + \ldots + b_1 \sin(\omega) + b_2 \sin(2\omega) + \ldots$$

$$\left(a_1, a_2, \ldots, b_1, b_2, \ldots\right) \text{ inconnues à déterminer}$$

DECOUVERTE DE FOURIER

Soit $s(t)$ un signal périodique de pulsation ω :

$$s(t) = \sum \cos + \sum \sin$$

$$s(t) = a_1 \cos(\omega) + a_2 \cos(2\omega) + \ldots + b_1 \sin(\omega) + b_2 \sin(2\omega) + \ldots$$

$\left(a_1, a_2, \ldots, b_1, b_2, \ldots\right)$ inconnues à déterminer

$$s(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega) + a_2 \cos(2\omega) + \ldots + b_1 \sin(\omega) + b_2 \sin(2\omega) + \ldots$$

DECOUVERTE DE FOURIER

Théorème:

Soit $s(t)$ un signal électrique périodique de pulsation ω alors la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

DECOUVERTE DE FOURIER

Théorème:

Soit $s(t)$ un signal électrique périodique de pulsation ω alors la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$\left.\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)dt \text{ (valeur moyenne de } s\text{)} \\
a_n &= \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\cos(n\omega t)dt \\
b_n &= \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\sin(n\omega t)dt
\end{aligned}\right\} \text{coefficients de fourier}$$

FONDAMENTAL

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$s(t) = a_0 + \underbrace{a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)}_{\text{fondamental}} + a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t) + \ldots$$

FONDAMENTAL

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$s(t) = a_0 + \underbrace{a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)}_{\text{fondamental}} + a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t) + \dots$$

Définition:

Le fondamental est le signal $u_1(t) = a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)$

Il a la même pulsation que le signal $s(t)$

Le fondamental n'est jamais nul !

HARMONIQUES

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$s(t) = a_0 + \underbrace{a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)}_{\text{fondamental}} + \underbrace{a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t)}_{\text{harmonique de rang 2}} + \ldots$$

HARMONIQUES

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$s(t) = a_0 + \underbrace{a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)}_{\text{fondamental}} + \underbrace{a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t)}_{\text{harmonique de rang 2}} + \ldots$$

<u>Définition:</u>

L'harmonique de rang n est le signal $u_n(t) = a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$

La pulsation de l'harmonique de rang n est $n\omega$

HARMONIQUES

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$s(t) = a_0 + \underbrace{a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)}_{\text{fondamental}} + \underbrace{a_2 \cos(2\omega t) + b_2 \sin(2\omega t)}_{\text{harmonique de rang 2}} + \ldots$$

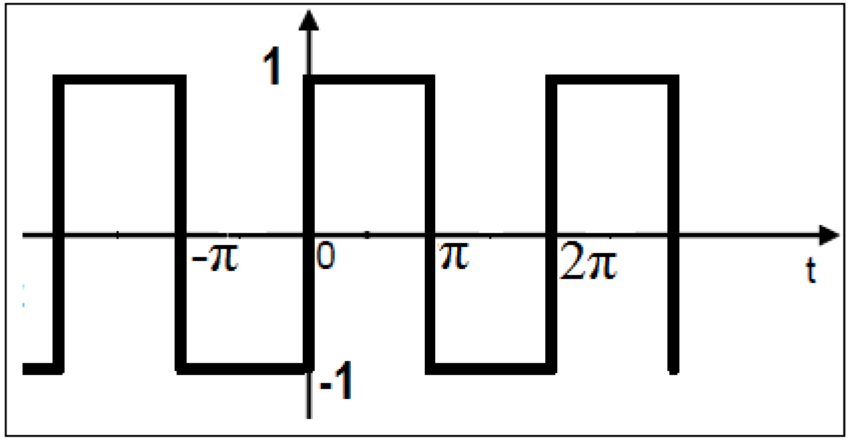
<u>Définition:</u>

L'harmonique de rang n est le signal $u_n(t) = a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$

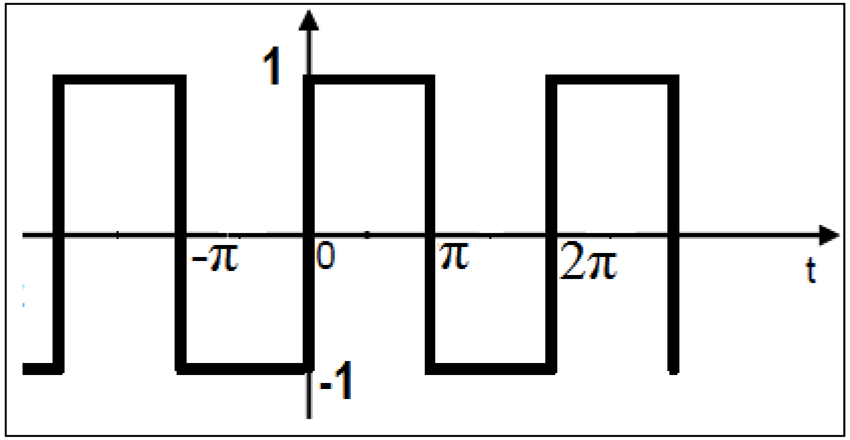
La pulsation de l'harmonique de rang n est $n\omega$

Il peut s'écrire sous la forme $u_n(t) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos\left(n\omega t - \arctan\left(\frac{b_n}{a_n} \right) \right)$

EXEMPLE

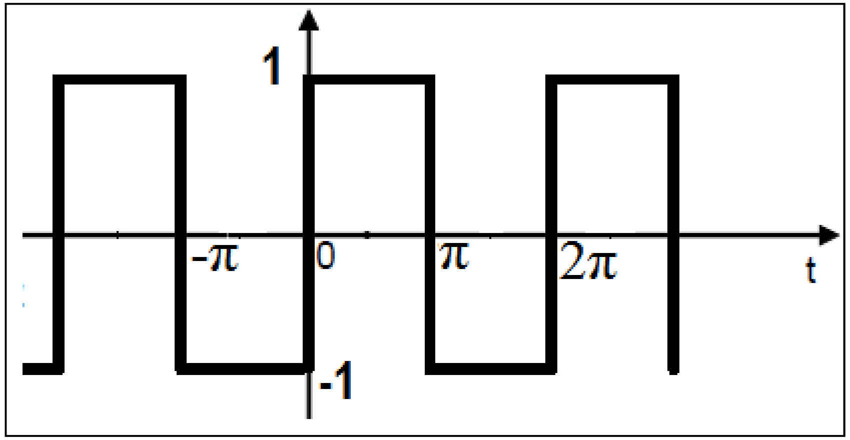


EXEMPLE



$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

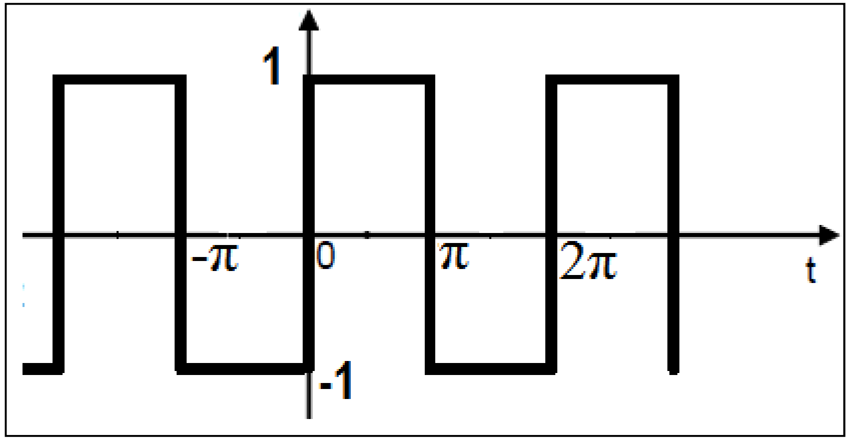
EXEMPLE



$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

$$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$$

EXEMPLE

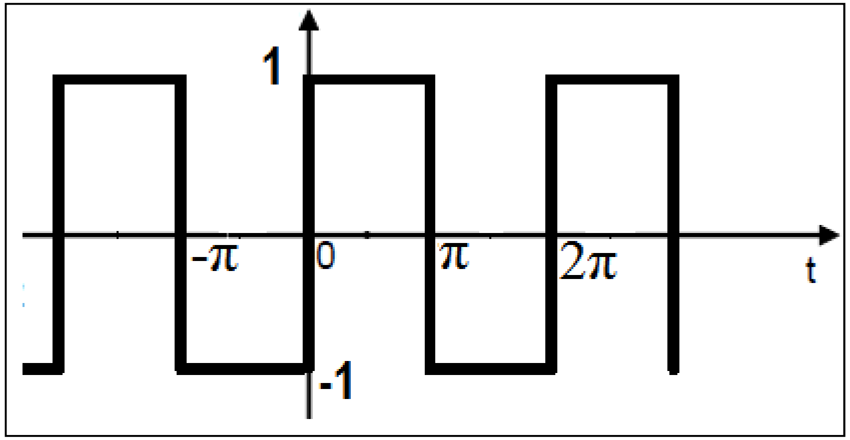


$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

$$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\cos(n\omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} s(t)\cos(nt)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(nt)dt + \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -\cos(nt)dt$$

EXEMPLE



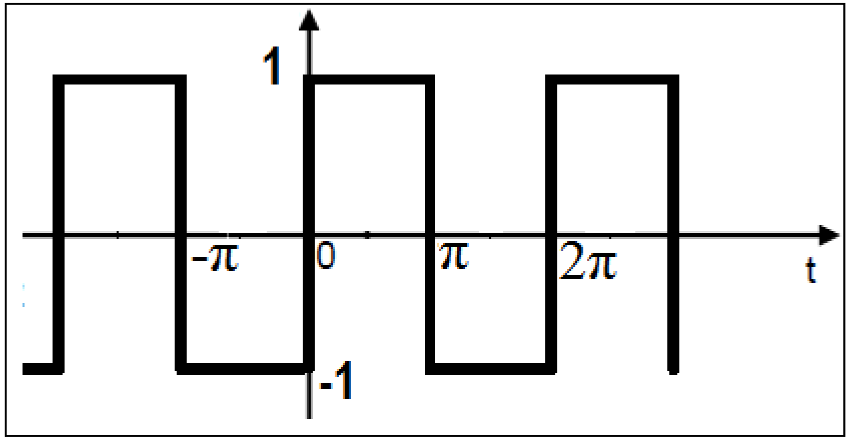
$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

$$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\cos(n\omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} s(t)\cos(nt)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(nt)dt + \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -\cos(nt)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\sin(n\omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} s(t)\sin(nt)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin(nt)dt + \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -\sin(nt)dt$$

EXEMPLE



$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

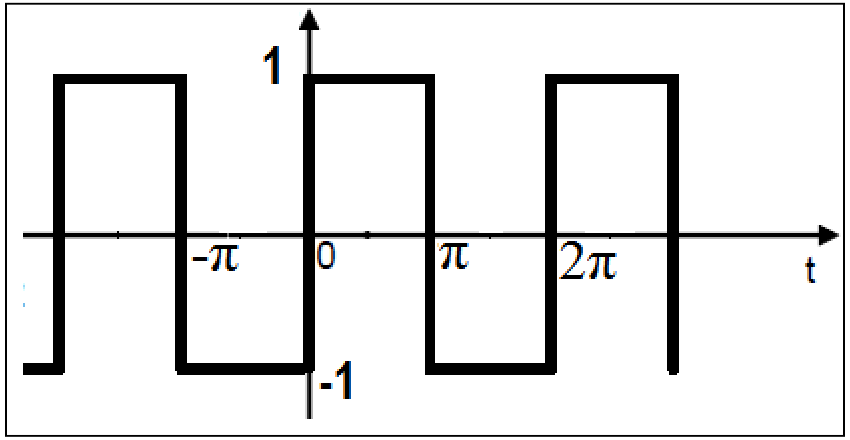
$$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\cos(n\omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} s(t)\cos(nt)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(nt)dt + \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -\cos(nt)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\sin(n\omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} s(t)\sin(nt)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin(nt)dt + \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} -\sin(nt)dt$$

Le calcul des intégrales donne $a_n = 0$ et $b_n = \frac{2}{\pi}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)$

EXEMPLE



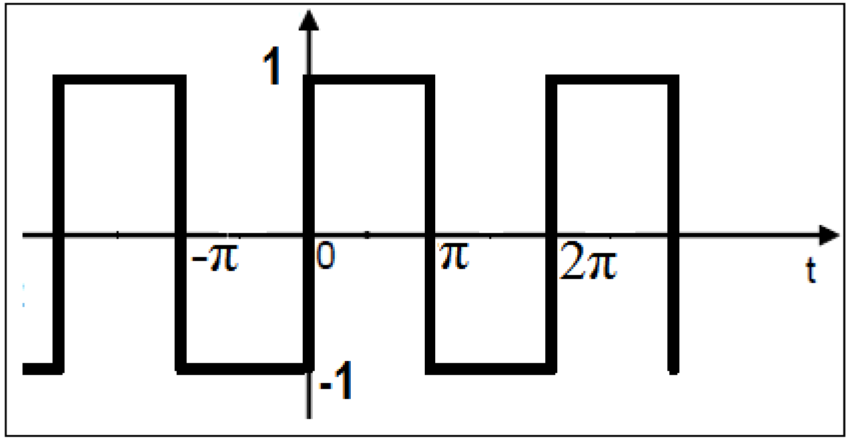
$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$

$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

EXEMPLE



$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

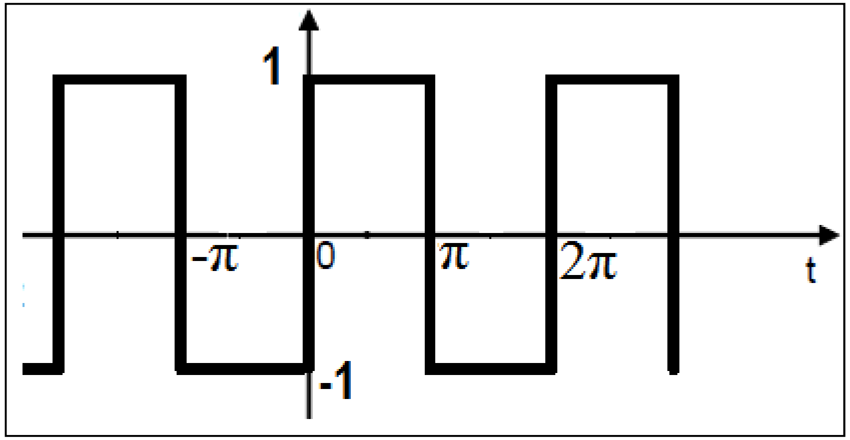
$$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$$

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$\Leftrightarrow s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{\pi}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)\sin(nt)$$

EXEMPLE



$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

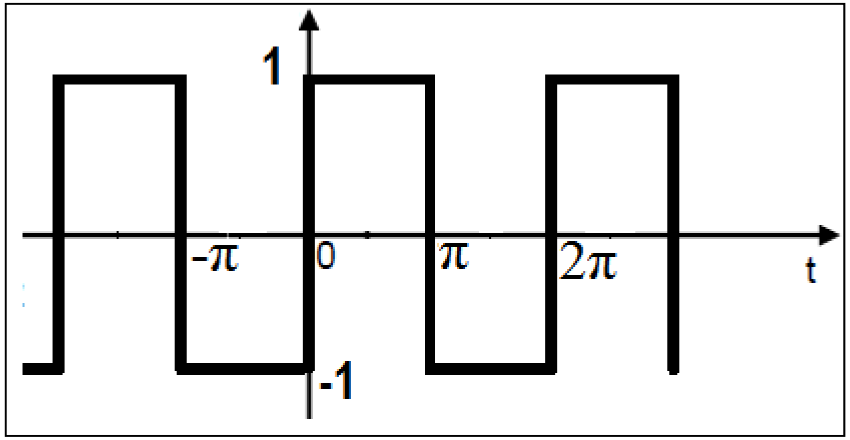
$$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$$

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$\Leftrightarrow s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{\pi}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)\sin(nt) \approx \underbrace{1.27\sin(t)} + \underbrace{0.42\sin(3t)} + \underbrace{0.25\sin(5t)} + \ldots +$$

EXEMPLE



$$T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

$$a_0 = \text{valeur moyenne} = 0$$

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$\Leftrightarrow s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{\pi}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)\sin(nt) \approx \underbrace{1.27\sin(t)}_{\text{fondamental}} + \underbrace{0.42\sin(3t)}_{\substack{\text{harmonique}\\ \text{rang 3}}} + \underbrace{0.25\sin(5t)}_{\substack{\text{harmonique}\\ \text{rang 5}}} + \ldots +$$

AMPLITUDE DES HARMONIQUES

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

ou

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos\left(n\omega t - \varphi_n\right) \text{ avec } \varphi_n = \arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

AMPLITUDE DES HARMONIQUES

Définition:

L'amplitude A_n de l'harmonique de rang n est le réel positif défini par:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

La décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$ s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

ou

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos\left(n\omega t - \varphi_n\right) \text{ avec } \varphi_n = \arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

PARITE

Propriété:

Si le signal est pair alors $b_n = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$

Si le signal est impair alors $a_n = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$

PARITE

Propriété:

Si le signal est pair alors $b_n = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$

Si le signal est impair alors $a_n = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$

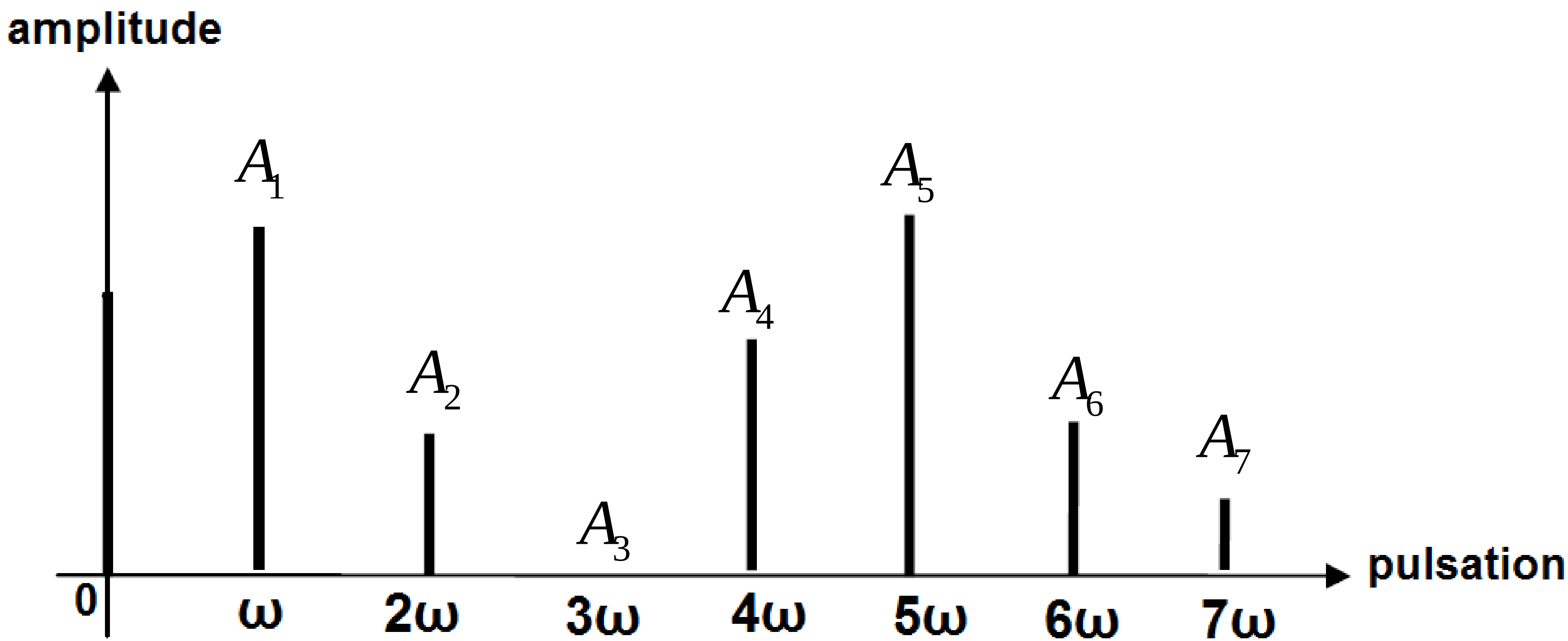
AVANT de calculer les coefficients a_n et b_n,

TOUJOURS étudier la parité du signal !!!

SPECTRE D'AMPLITUDE

Définition:

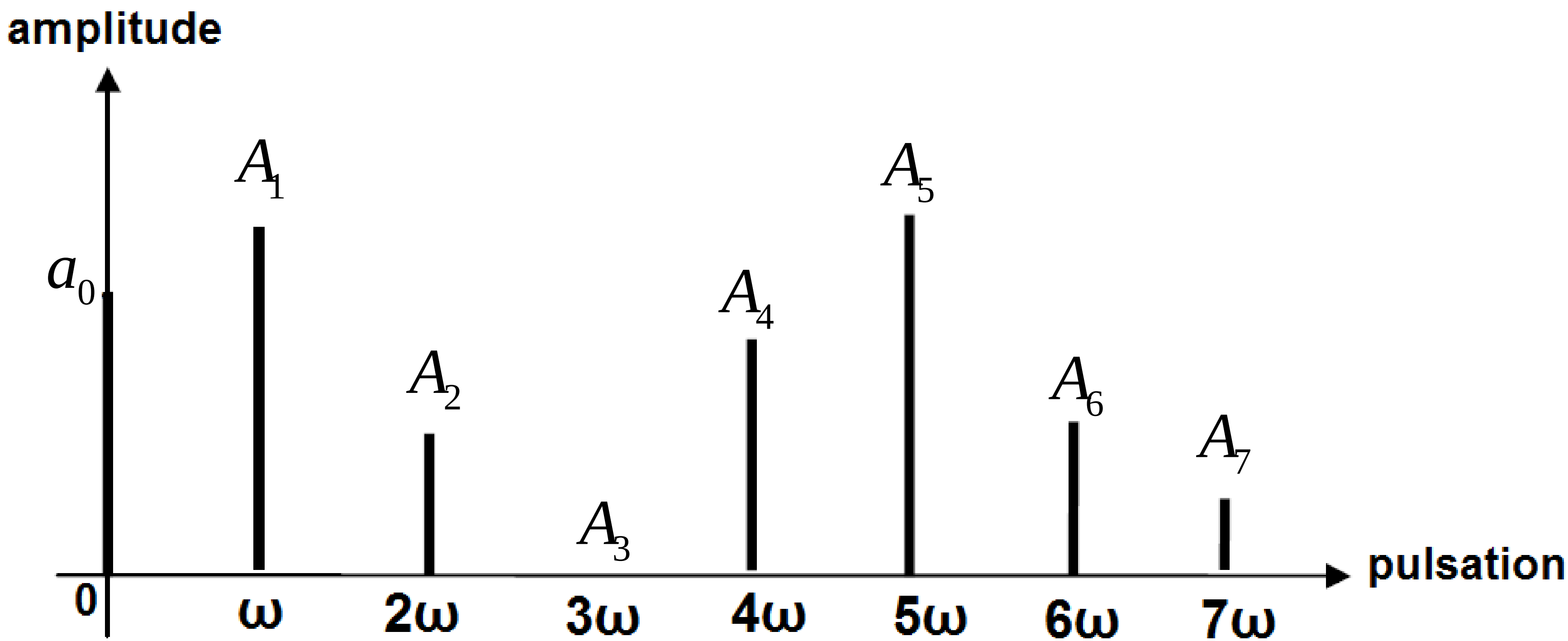
Le spectre d'amplitude est le diagramme en bâtons de l'amplitude des harmoniques en fonction de ω ou f



SPECTRE D'AMPLITUDE

Définition:

Le spectre d'amplitude est le diagramme en bâtons de l'amplitude des harmoniques en fonction de ω ou f



AMPLITUDE DES HARMONIQUES

Voici la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$:

$$s(t) = 2 + 4\cos(3t) - 3\sin(6t) + \cos(9t) + 2\cos(12t) - \sin(12t) + \ldots$$

AMPLITUDE DES HARMONIQUES

Voici la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$:

$$s(t) = 2 + 4\cos(3t) - 3\sin(6t) + \cos(9t) + 2\cos(12t) - \sin(12t) + \ldots$$

L'amplitude A_1 du fondamental vaut 4

AMPLITUDE DES HARMONIQUES

Voici la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$:

$$s(t) = 2 + 4\cos(3t) - 3\sin(6t) + \cos(9t) + 2\cos(12t) - \sin(12t) + \ldots$$

L'amplitude A_1 du fondamental vaut 4

L'amplitude A_2 de l'harmonique de rang 2 vaut 3

AMPLITUDE DES HARMONIQUES

Voici la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$:

$$s(t) = 2 + 4\cos(3t) - 3\sin(6t) + \cos(9t) + 2\cos(12t) - \sin(12t) + \ldots$$

L'amplitude A_1 du fondamental vaut 4

L'amplitude A_2 de l'harmonique de rang 2 vaut 3

L'amplitude A_3 de l'harmonique de rang 3 vaut 1

AMPLITUDE DES HARMONIQUES

Voici la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$:

$$s(t) = 2 + 4\cos(3t) - 3\sin(6t) + \cos(9t) + 2\cos(12t) - \sin(12t) + \ldots$$

L'amplitude A_1 du fondamental vaut 4

L'amplitude A_2 de l'harmonique de rang 2 vaut 3

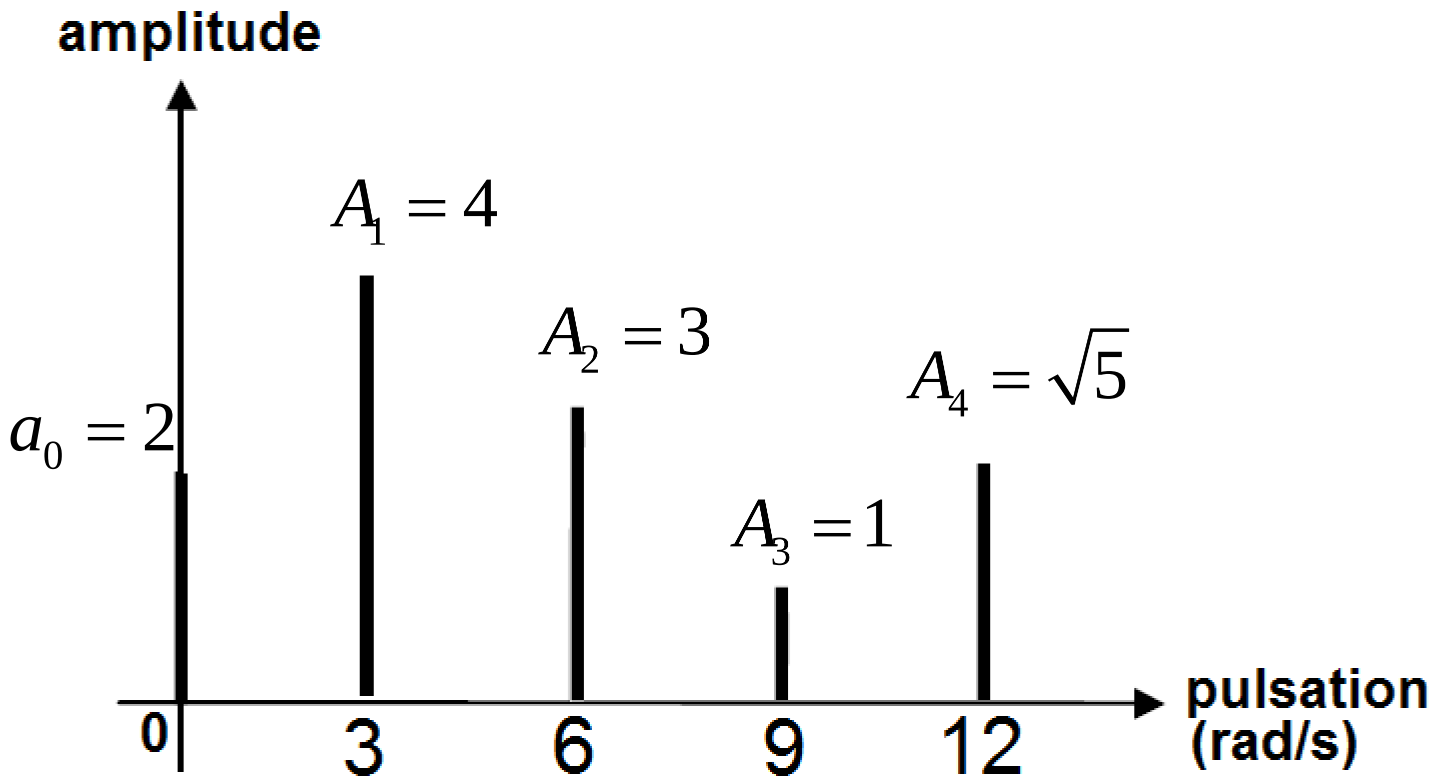
L'amplitude A_3 de l'harmonique de rang 3 vaut 9

L'amplitude A_4 de l'harmonique de rang 4 vaut $\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

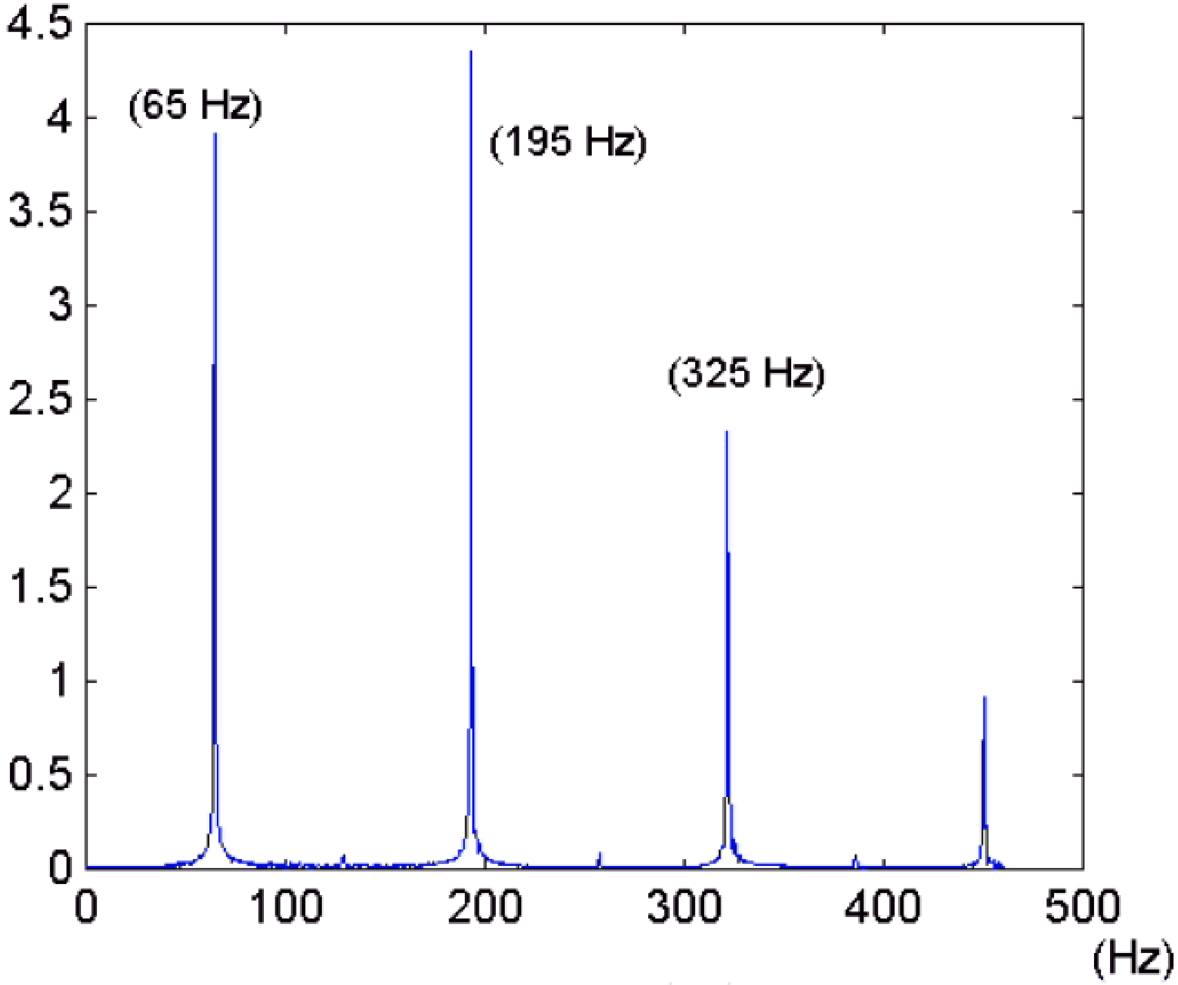
SPECTRE D'AMPLITUDE

Voici la décomposition en série de Fourier du signal $s(t)$:

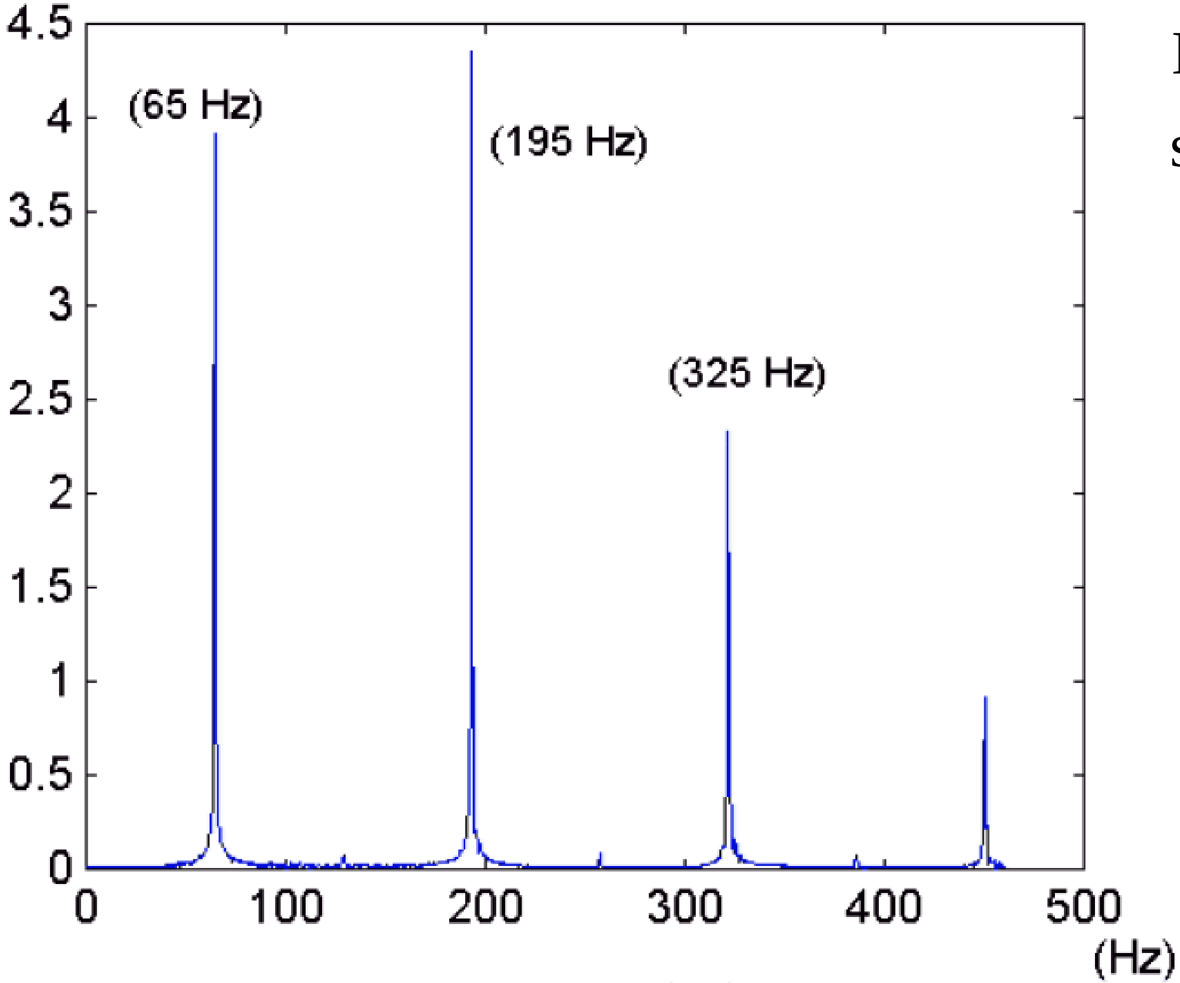
$$s(t) = 2 + 4\cos(3t) - 3\sin(6t) + \cos(9t) + 2\cos(12t) - \sin(12t) + \dots$$



SPECTRE D'AMPLITUDE

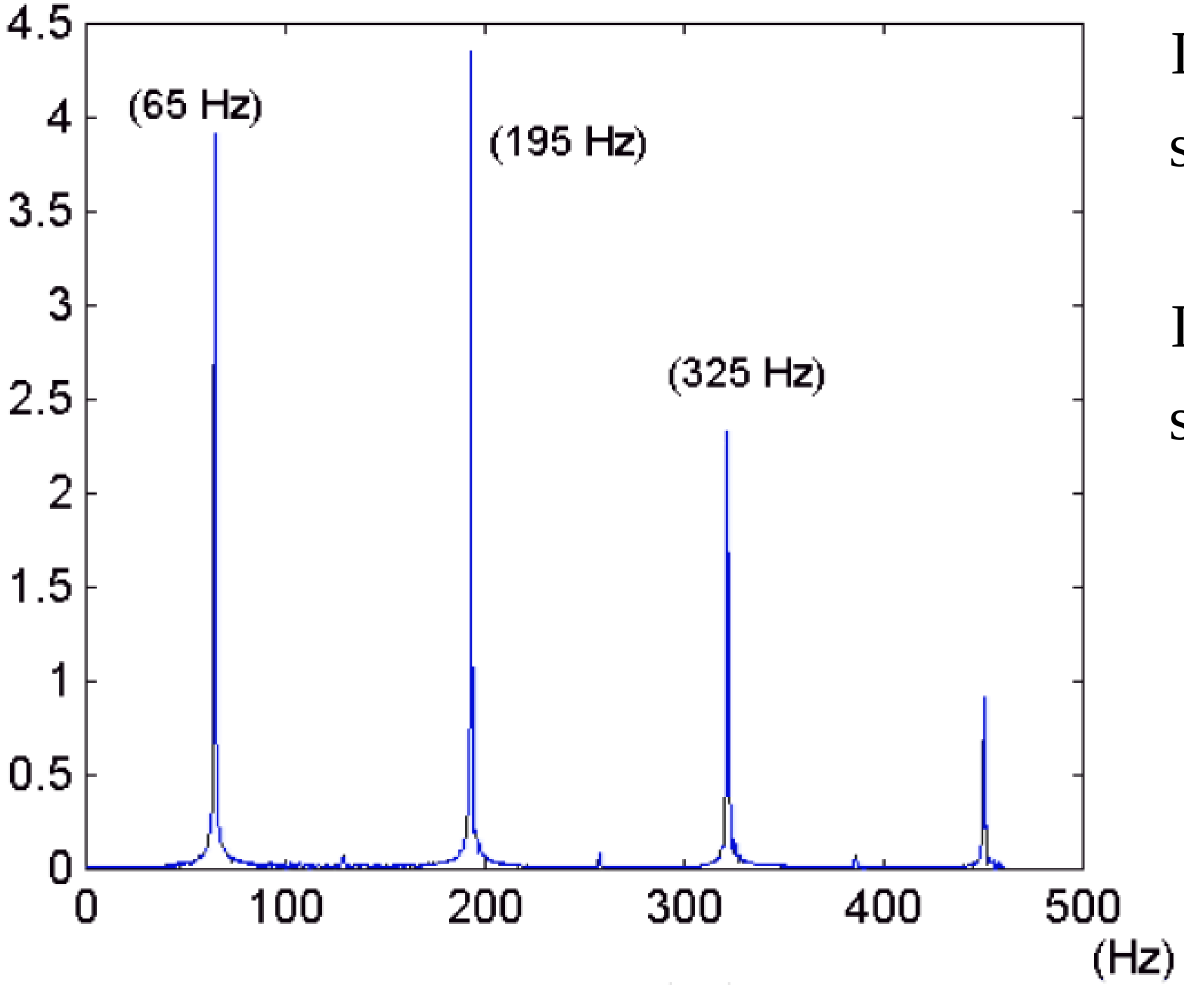


SPECTRE D'AMPLITUDE



La fréquence du signal est 65 Hz

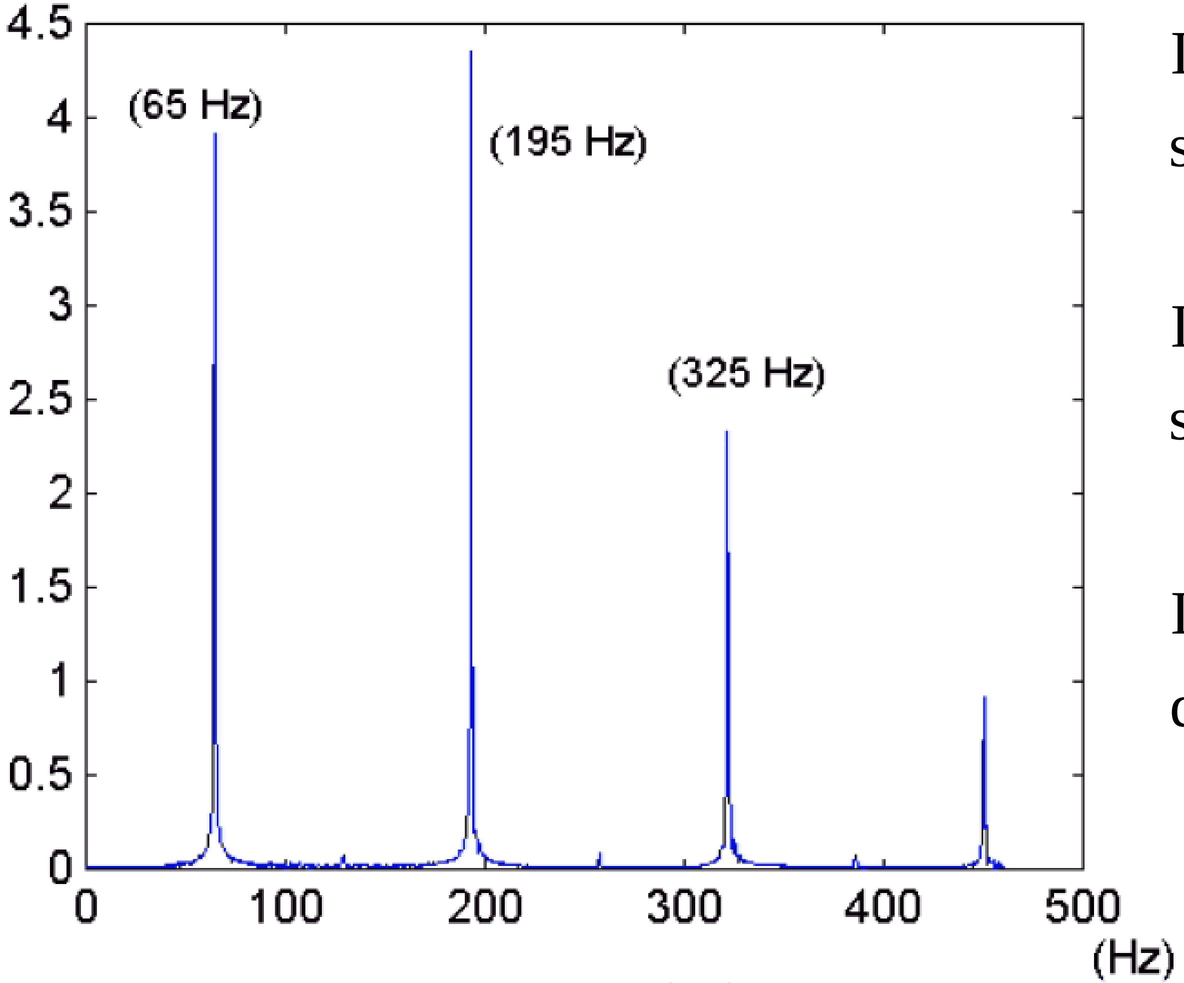
SPECTRE D'AMPLITUDE



La fréquence du signal est 65 Hz

Les harmoniques paires sont nulles

SPECTRE D'AMPLITUDE

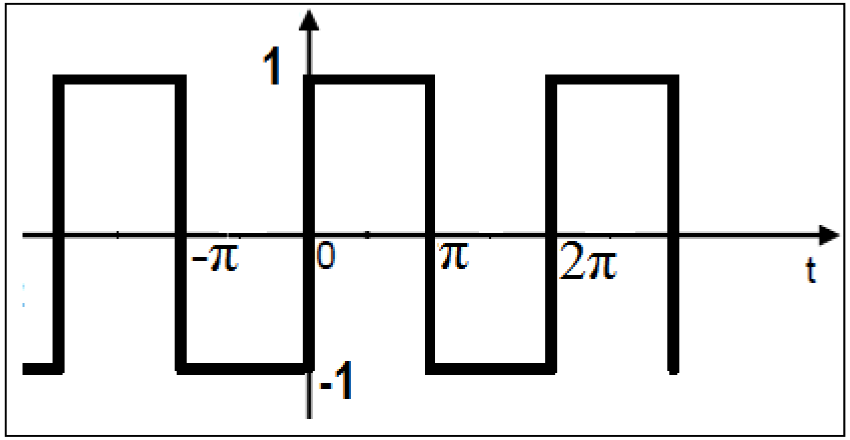


La fréquence du signal est 65 Hz

Les harmoniques paires sont nulles

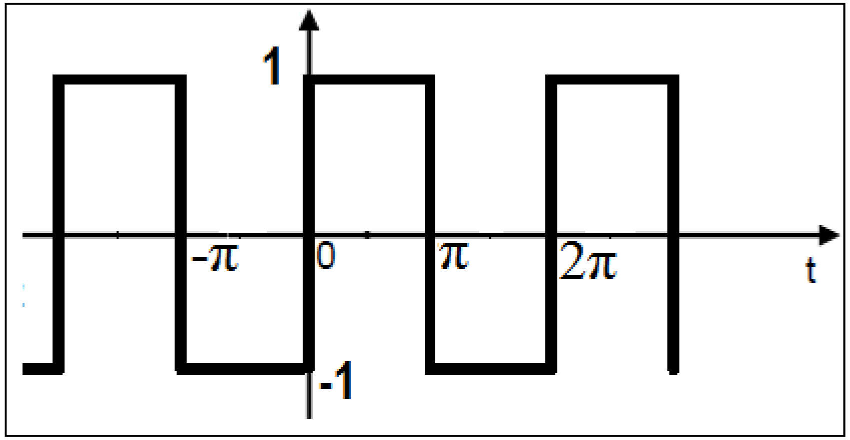
La valeur moyenne du signal est nulle

EXEMPLE



$$s(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{\pi} \left(\frac{1-(-1)^n}{n} \right) \sin(nt)$$

EXEMPLE

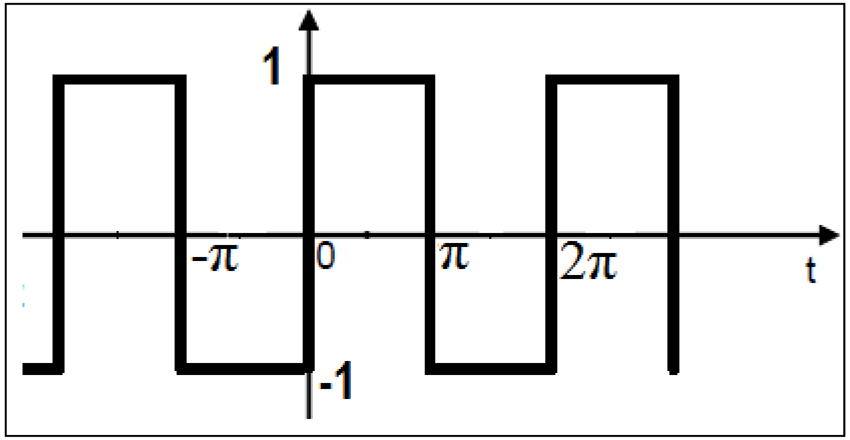


$$s(t)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2}{\pi}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)\sin(nt)$$

L'amplitude A_n de l'harmonique de rang n est défini par:

$$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}=\sqrt{b_n^2}=|b_n|$$

EXEMPLE



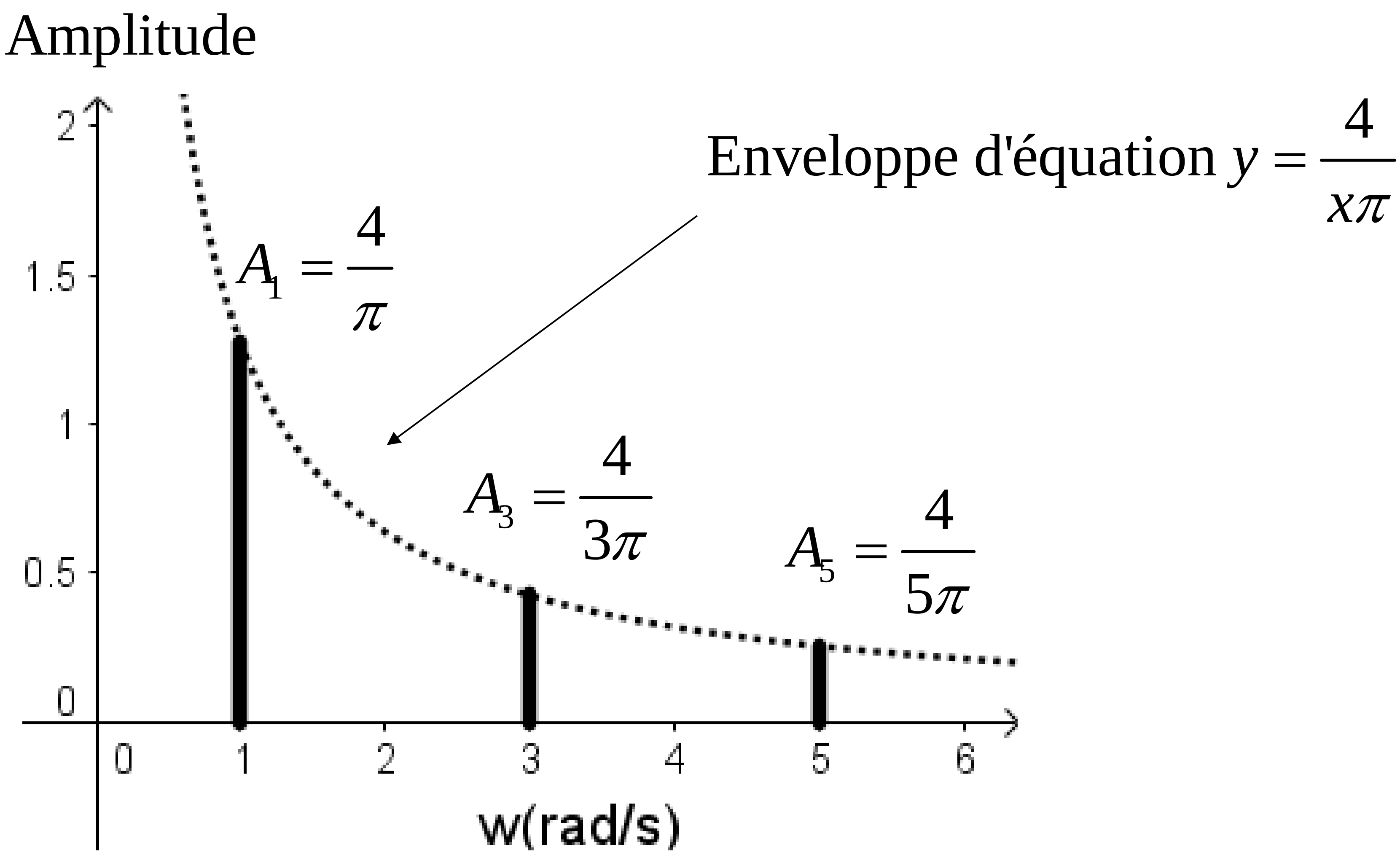
$$s(t)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2}{\pi}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)\sin(nt)$$

L'amplitude A_n de l'harmonique de rang n est défini par:

$$A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}=\sqrt{b_n^2}=\left|b_n\right|$$

$$\Leftrightarrow A_n=\left|\frac{2}{\pi}\left(\frac{1-(-1)^n}{n}\right)\right|=\begin{cases}0 \text{ si } n \text{ est pair}\\ \dfrac{4}{n\pi} \text{ si } n \text{ est impair}\end{cases}$$

EXEMPLE


Amplitude
2
1.5
1
0.5
0
$A_1 = \frac{4}{\pi}$
$A_3 = \frac{4}{3\pi}$
$A_5 = \frac{4}{5\pi}$
Enveloppe d'équation $y = \frac{4}{x\pi}$
0
1
2
3
4
5
6
w(rad/s)

PUISSANCE MOYENNE

Définition:

La puissance moyenne d'un signal $s(t)$ de période T vaut: $P_{s(t)} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t)dt$

Propriété :

La puissance moyenne de l'harmonique de rang n vaut $\frac{1}{2}A_n^2$

Propriété :

La puissance moyenne de la valeur moyenne a_0 vaut a_0^2

PUISSANCE MOYENNE

Egalité de Parseval :

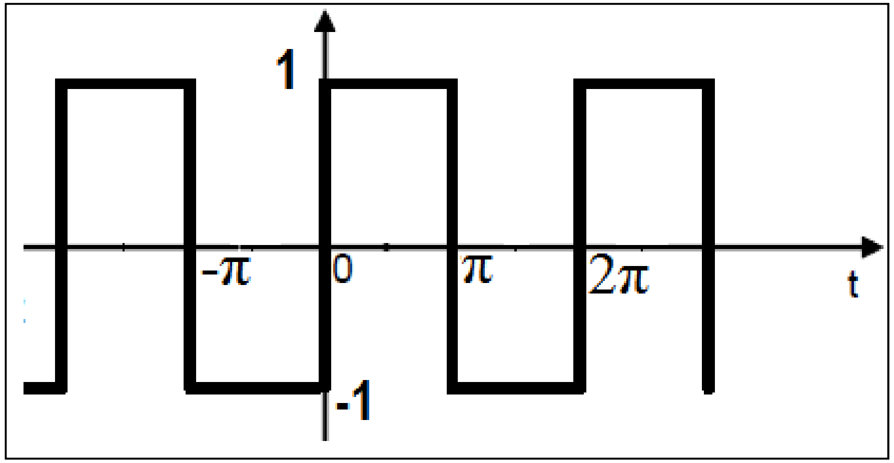
La puissance moyenne d'un signal périodique est égale à

la somme de la puissance moyenne de chacune de ses harmoniques

et de la puissance moyenne de la valeur moyenne a_0

$$P_{s(t)} = a_0^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2} A_n^2$$

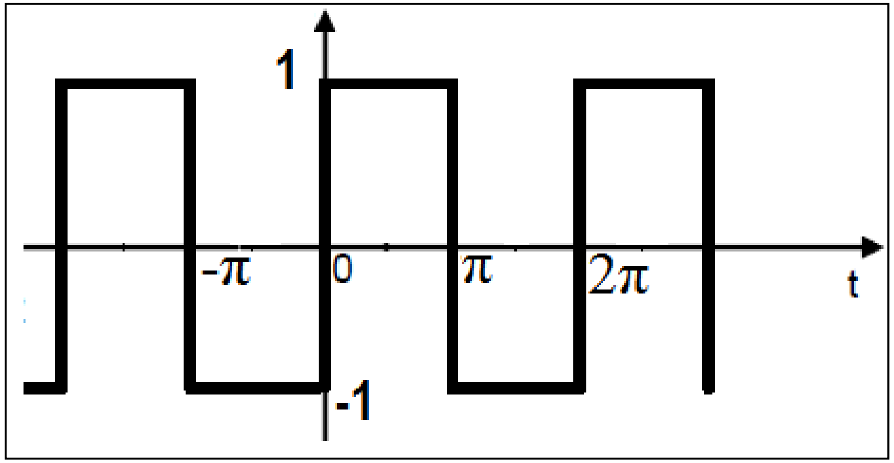
EXEMPLE



$$a_0 = 0$$

$$A_n = \begin{cases} 0 \text{ si } n \text{ est pair} \\ \dfrac{4}{n\pi} \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

EXEMPLE



$$a_0 = 0$$

$$A_n = \begin{cases} 0 \text{ si } n \text{ est pair} \\ \dfrac{4}{n\pi} \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

$$P_{s(t)} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} 1dt = \frac{1}{2\pi}[t]_0^{2\pi} = 1$$

EXEMPLE

Puissance moyenne valeur moyenne = $a_0^2 = 0$

Puissance moyenne fondamental = $\frac{1}{2}A_1^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \approx 0.810$

Puissance moyenne harmo. rang 3 = $\frac{1}{2}A_3^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3\pi}\right)^2 \approx 0.090$

Puissance moyenne harmo. rang 5 = $\frac{1}{2}A_5^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5\pi}\right)^2 \approx 0.032$

EXEMPLE

Puissance moyenne valeur moyenne = $a_0^2 = 0$

Puissance moyenne fondamental = $\frac{1}{2}A_1^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \approx 0.810$

Puissance moyenne harmo. rang 3 = $\frac{1}{2}A_3^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3\pi}\right)^2 \approx 0.090$

Puissance moyenne harmo. rang 5 = $\frac{1}{2}A_5^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5\pi}\right)^2 \approx 0.032$

La valeur moyenne et les harmoniques de rang 1, 3 et 5 permettent de transmettre environ $0.81+0.09+0.032=93.2\%$ de la puissance moyenne du signal $s(t)$