Outils Logiciels

OL2

GEII – Semestre 2

Module n°M2201

Edition 2017-2018

Document réalisé par Youri OSADTCHY

SOMMAIRE

Fiches utiles

Aide-mémoire sur la syntaxe de Scilab

Opération	Exemple	Commande sur Scilab	Commentaires
Définir une liste de nombres	$k=[3,-5,4,0]$	k=[3,-5,4,0]	Attention, le 1er composant de la liste en Scilab est k(1)=3 alors que ce serait k[0] en langage C
	$d=[10,10.5,11,11.5,12]$	d=linspace(10,12,5)	**linspace(a,b,n)** est une liste dont le 1er composant est **a**, le dernier **b** et le nombre total de composants **n**
	$v=[4,7,10,13]$	v=4:3:13	**a : p : b** est une liste dont le 1er composant est **a**, les composants suivants sont incrémentés avec le pas **p** **et** le dernier composant est **b** ou proche et inférieur à **b**
	Nombre de composants	v=4:3:13 length(v)	
Définir une fonction & tracer son graphique	$p(t)=\sqrt{3t^2+1}$ avec $t\in[0,5]$	function **y**=p(**t**) y=sqrt(3*t^2+1) endfunction t=linspace(0,5,100) plot(t,p)	Attention à ne pas utiliser plot dans le mauvais sens ! plot(p,t) va tracer t en fonction de p
	x^4	x^4	
	e^x	exp(x)	
	$\ln(x)$	log(x)	
	$\log(x)$	log10(x)	
	$\sqrt{x}$	sqrt(x)	
	$\cos(x)$	cos(x)	
	$\sin(x)$	sin(x)	
	$\lvert x\rvert$	abs(x)	
	π	%pi	
Instruction conditionnelle	si $0<t\le 3$ alors $u=2$ si $3<t$ alors $u=1$ sinon alors $u=0$	if **t**>0 & **t**<=3 then **u**=2 elseif **t**>3 then **u**=1 else u=0 end	Attention, if et then doivent être écrits sur la même ligne !
Calculer une somme	$y=\sum_{i=1}^{36}\frac{i^2}{8}$	y=0 for i=1:1:36 y=y+(i^2)/8 ; end y	
Calculer une intégrale	$\int_0^4 2t^3dt$	integrate('2*t^3','t',0,4)	Attention à ne pas oublier les guillemets !
Utiliser des nombres complexes	j	%i	
	module de z	abs(z)	
	partie réelle de z	real(z)	
	partie imaginaire de z	imag(z)	
	argument de z en radian	atan(imag(z),real(z))	
Effacer une variable	effacer la variable d	clear d	
Effacer la console		clc	
Effacer le graphique		clf	

TABLE DES TRANSFORMEES DE LAPLACE

Domaine temporel	Domaine de Laplace
$f(t)$	$F(p)$
$k \times f(t),\ k \in \mathbb{R}$	$k \times F(p),\ k \in \mathbb{R}$
$f(t)+g(t)$	$F(p)+G(p)$
$f(t)\times g(t)$	*ON NE SAIT PAS*
impulsion de dirac $\delta(t)$	1
échelon-unité $U(t)=\begin{cases}0 & \text{si } t \leq 0 \\ 1 & \text{si } t > 0\end{cases}$	$\dfrac{1}{p}$
$t\ U(t)$	$\dfrac{1}{p^2}$
$e^{-at}U(t)$	$\dfrac{1}{p+a}$
$te^{-at}U(t)$	$\dfrac{1}{(p+a)^2}$
$(1-at)e^{-at}U(t)$	$\dfrac{p}{(p+a)^2}$
$\sin(\omega t)U(t)$	$\dfrac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos(\omega t)U(t)$	$\dfrac{p}{p^2+\omega^2}$
$e^{-at}\sin(\omega t)U(t)$	$\dfrac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at}\cos(\omega t)U(t)$	$\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-m^2}}e^{-m\omega_0 t}\sin\left(\omega_0\sqrt{1-m^2}t\right)U(t)$	$\dfrac{\omega_0}{p^2+2m\omega_0 p+\omega_0^2}$ avec $0<m<1$
$f(t-a)U(t-a)$	$F(p)e^{-ap}$
$e^{-at}f(t)U(t)$	$F(p+a)$
$f'(t)$	$pF(p)-f(0^+)$
$f''(t)$	$p^2F(p)-pf(0^+)-f'(0^+)$

Diagramme de Bode

On considère un filtre dans lequel la tension d'entrée $\underline{V_E}$ est un signal sinusoïdal de pulsation ω, d'amplitude $V_{E\max}$ et de phase φ_E. La tension de sortie $\underline{V_S}$ est un signal sinusoïdal pulsation ω, d'amplitude $V_{S\max}$ et de phase φ_S. La fonction de transfert du filtre s'écrit:

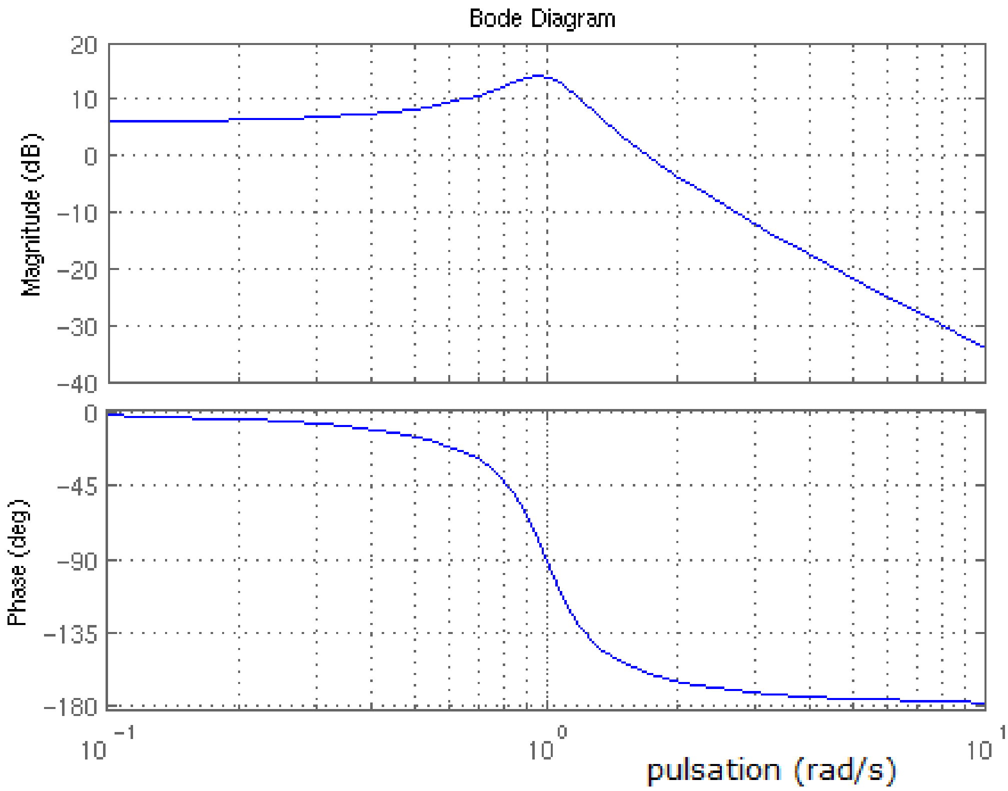
$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}} = \frac{V_{S\max} e^{j\varphi_s}}{V_{E\max} e^{j\varphi_E}}$$

Le diagramme de Bode est un outil permettant de caractériser un filtre. Il représente sous forme graphique :

- le **gain en dB** du filtre en fonction de ω : $G_{dB} = 20\log\left(\left|\underline{H}(\omega)\right|\right) = 20\log\left(\frac{V_{S\max}}{V_{E\max}}\right)$
- la **phase en radian** du filtre en fonction de ω : $\varphi = \arg\left(\underline{H}(\omega)\right) = \varphi_S - \varphi_E$

Exercice 1 – Lire un diagramme de Bode

On considère un filtre dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous :



1) Si la tension d'entrée V_E a une pulsation de $1\ \mathrm{rad/s}$, combien valent le gain et le déphasage ?

2) En déduire l'expression de la tension de sortie $V_s(t)$ si $V_E(t) = 3\cos(t)$

3) Si la tension d'entrée V_E a une pulsation de $0.6\ \mathrm{rad/s}$, combien valent le gain et le déphasage ?

4) En déduire l'expression de la tension de sortie $V_s(t)$ si $V_E(t) = 2\cos\left(0.6t + 0.7\right)$

5) Trouver l'expression de la tension de sortie $V_s(t)$ si $V_E(t) = 100\sin(8t - 0.12)$

Exercice 2 – Diagramme de Bode

On considère un filtre dont la fonction de transfert est $\underline{H}(\omega) = \dfrac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{10}}$

1) Définir les deux fonctions suivantes sur Scilab :

- une fonction **gain(w)** d'entrée ω et de sortie $20\log\left(\left|\underline{H}(\omega)\right|\right)$

- une fonction **phase(w)** d'entrée ω et de sortie $\arg\left(\underline{H}(\omega)\right)$

2) Tracer la courbe de gain(w) sur [0.1,100] avec 1000 valeurs pour w et afficher le diagramme de Bode du gain (voir ci-dessous). Quel type de filtre reconnaît-on? Déterminer graphiquement la pente en dB par décade.

> <u>Diagramme de Bode:</u>
> Lorsque la fenêtre graphique est ouverte, cliquer sur **édition -> propriétés des axes -> axe X ->Scale « log »** afin de passer l'axe des abscisses en échelle logarithmique. On peut afficher le quadrillage en mettant **Grid Color -> 0** pour l'axe X et l'axe Y.

3) Trouver graphiquement la bande passante à $-3\ dB$ en utilisant le zoom

4) Déterminer à l'aide de la fonction gain la valeur du gain si $\omega = 40\ \text{rad/s}$

5) Déterminer à l'aide de la fonction phase la valeur de la phase si $\omega = 40\ \text{rad/s}$

6) Conclure sur l'expression de $V_s(t)$ si $V_E(t) = 3\sin(40t+1)$

7) Que vaut $V_s(t)$ si l'entrée est $V_E(t) = 5$?

Exercice 3 – Diagramme de Bode

On considère un filtre dont la fonction de transfert est $\underline{H}(\omega) = \dfrac{j\dfrac{\omega}{800}}{1 + j\dfrac{\omega}{800}}$

1) Afficher le diagramme de Bode du gain avec $\omega \in \left[10^2\ \text{rad/s},\ 10^4\ \text{rad/s}\right]$ et 10.000 points

2) Quel type de filtre reconnaît-on ? Déterminer graphiquement la pente en dB par décade.

3) Trouver graphiquement la bande passante à $-3\ dB$ en utilisant le zoom

4) Déterminer la valeur du gain pour $\omega = 600\ \text{rad/s}$ et $\omega = 3000\ \text{rad/s}$

5) Afficher le diagramme de Bode de la phase avec $\omega \in \left[10^2\ \text{rad/s},\ 10^4\ \text{rad/s}\right]$

6) Déterminer la valeur de la phase pour $\omega = 600\ \text{rad/s}$ et $\omega = 3000\ \text{rad/s}$

7) Conclure sur l'expression de $V_s(t)$ si l'entrée est $V_E(t) = 4\sin(600t) - 2\sin(3000t+1.5)$

8) Que vaut $V_s(t)$ si l'entrée est $V_E(t) = 5$?

Exercice 4 – Diagramme de Bode

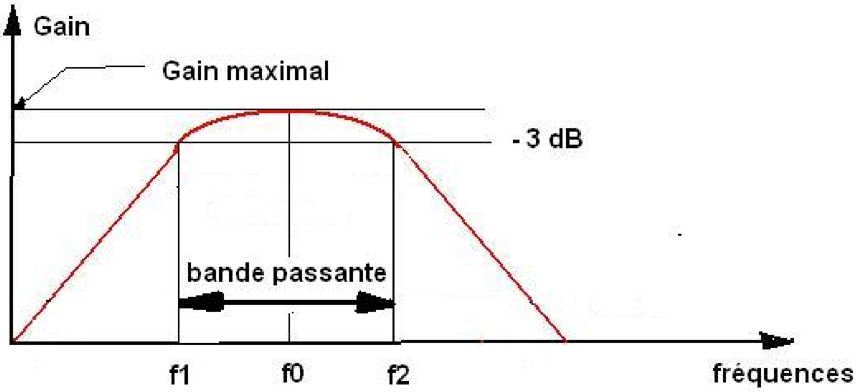
Un filtre passe-bande du second ordre a une fonction de transfert de type :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \text{avec } Q > 0 \text{ facteur de qualité}$$

On souhaite utiliser ce type de filtre pour :

- Filtrer un signal afin de récupérer la fréquence $f_0 = 79.6 \text{ Hz}$
- Avoir une bande passante à -3 dB située sur l'intervalle $[71.6 \text{ Hz} \ ; 87.5 \text{ Hz}]$

A l'aide de Scilab, trouver la valeur de Q qui permet de répondre au besoin.



Série de Fourier

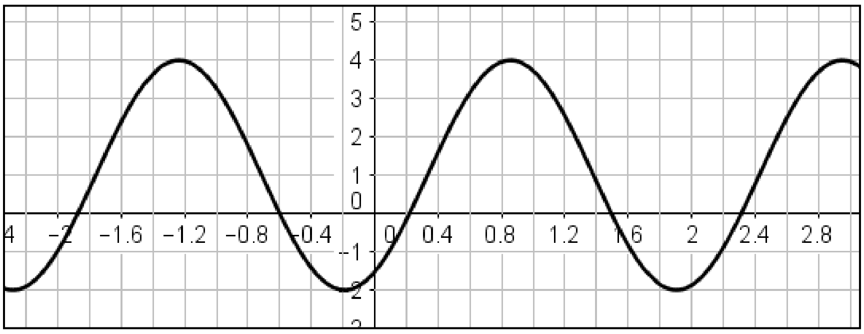
Exercice 1 – Signal sinusoïdal

Les graphes ci-dessous représentent les courbes des signaux suivants :

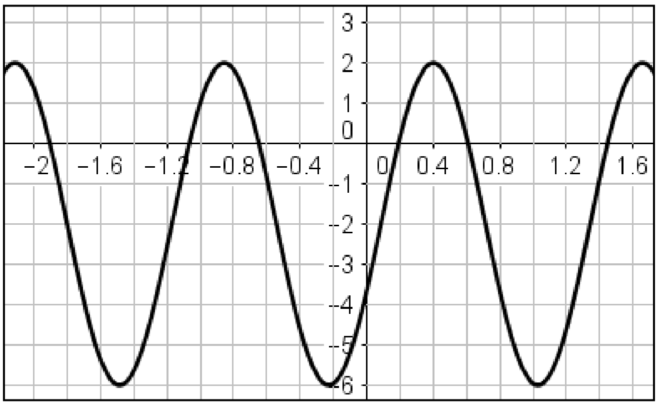
$$s_1(t) = b_1 + A_1 \sin\left(\omega_1 t - 1\right) \qquad \text{et} \qquad s_2(t) = b_2 + A_2 \cos\left(\omega_2 t - 5\right)$$

1) Déterminer graphiquement les valeurs approchées de $A_1, A_2, \omega_1, \omega_2, b_1, b_2$

2) Déterminer si les signaux sont pairs, impairs ou ni l'un ni l'autre



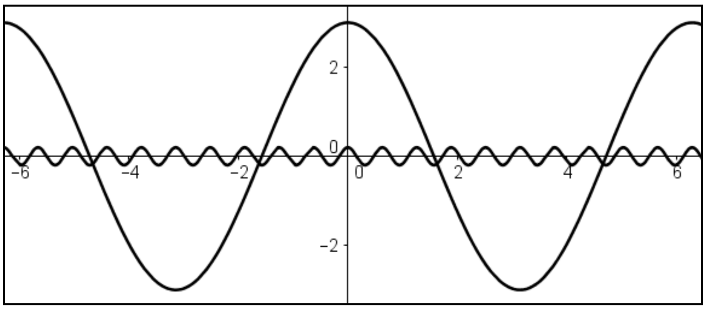
$s_1(t) = b_1 + A_1 \sin\left(\omega_1 t - 1\right)$

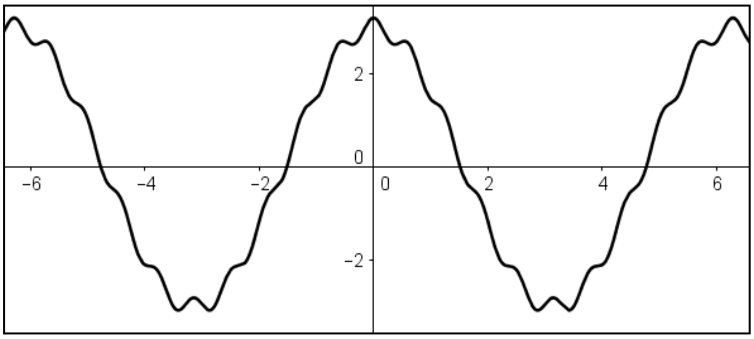


$s_2(t) = b_2 + A_2 \cos\left(\omega_2 t - 5\right)$

Exercice 2 – Somme de signaux sinusoïdaux

On somme les deux signaux à gauche et on obtient le signal à droite.





1) Observer les graphes ci-dessus. Si on somme 2 signaux d'amplitudes très différentes quel est alors le signal qui a le plus de poids dans le signal résultant ?

2) Ouvrez GeoGebra et tracer les graphes des signaux sinusoïdaux suivants :

$$2\cos(x)\ ;\ 0.5\cos(2x)\ ;\ 0.2\cos(3x)$$

3) Tracer le graphe de $2\cos(x) + 0.5\cos(2x)$. Déterminer graphiquement sa pulsation.

4) Est-on en accord avec la phrase de la question n°1 ?

5) Tracer le graphe de $f(x) = 2\cos(x) + 0.5\cos(2x) + 0.2\cos(3x)$. Déterminer sa pulsation.

6) Est-on en accord avec la phrase de la question n°1 ?

7) Parmi les 3 signaux sinusoïdaux, lequel a la même pulsation que $f(x)$?

Le signal sinusoïdal qui a la même pulsation que $f(x)$ s'appelle le <u>fondamental</u>.

Exercice 3 – Somme de signaux sinusoïdaux

1) Ouvrez GeoGebra et tracer les graphes des signaux sinusoïdaux suivants :

$$\sin(x)\ ;\ -0.11\sin(3x)\ ;\ 0.04\sin(5x)\ ;\ -0.02\sin(7x)\ ;\ 0.01\sin(9x)$$

2) Observer les graphes et indiquer quel signal va avoir le plus de poids dans le signal correspondant à la somme de ces signaux

3) Tracer le graphe de la fonction $g(x)$ correspondant à la somme de ces signaux et vérifier votre réponse à la question n°2.

4) Quel type de signal est $g(x)$? Déterminer graphiquement sa pulsation et sa valeur moyenne.

5) Parmi les 5 signaux sinusoïdaux, déterminer le fondamental.

6) Tracer la fonction $g(x)$ en retirant le fondamental. Que constate-t-on ? Pourquoi le fondamental a-t-il ce nom si particulier ?

On rappelle que le mathématicien Fourier a établi que <u>sous certaines conditions</u>, un signal périodique $s(t)$ de pulsation ω peut se décomposer en une somme <u>infinie</u> de signaux sinusoïdaux :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \text{ avec } a_n \text{ et } b_n \text{ coefficients de Fourier}$$

$$s(t) = \underbrace{a_0}_{\text{valeur moyenne}} + \underbrace{a_1\cos(\omega t) + b_1\sin(\omega t)}_{\text{fondamental}} + \underbrace{a_2\cos(2\omega t) + b_2\sin(2\omega t)}_{\text{harmonique de rang 2}} + \underbrace{a_3\cos(3\omega t) + b_3\sin(3\omega t)}_{\text{harmonique de rang 3}} + \ldots$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\cos(n\omega t)\,dt \quad \text{et} \quad b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\sin(n\omega t)\,dt$$

Exercice 4 – Décomposition en série de Fourier

On considère le signal ci-dessous dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$s(t) = 2 - 5\cos(3t) + 3\sin(6t) + \cos(12t) - \sin(12t) + 0.3\cos(18t)$$

1) Identifier la valeur moyenne et la pulsation du signal

2) Identifier l'expression du fondamental et des harmoniques

3) Quelle est la pulsation de l'harmonique de rang 2 ?

4) Quelle est la pulsation de l'harmonique de rang 4 ?

Exercice 5 – Décomposition en série de Fourier

On considère le signal ci-dessous dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$s(t) = 4\cos(2t) - 3\sin(4t) + \cos(6t) - 2\sin(6t) + 0.5\cos(10t)$$

1) Identifier la valeur moyenne et la pulsation du signal

2) Identifier l'expression du fondamental et des harmoniques

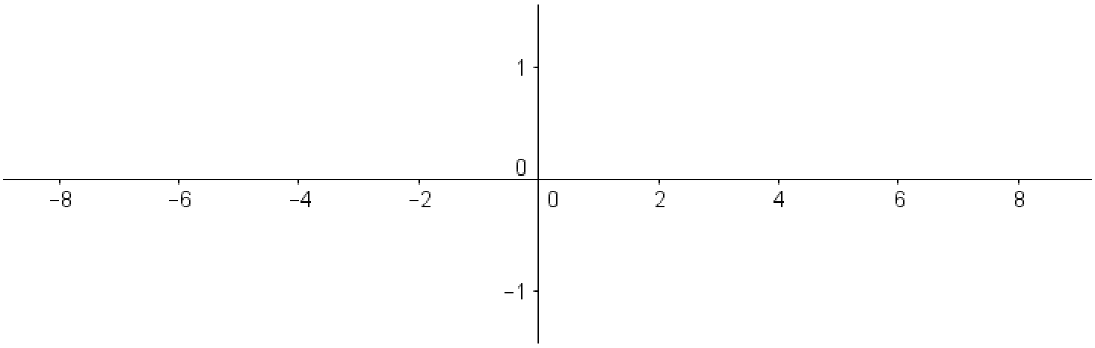
3) Quelles sont les pulsations des harmoniques de rang 2 et de rang 5 ?

Exercice 6 – Décomposition en série de Fourier

1) Ouvrez le fichier « TD_Fourier_Signal n°1» disponible sur Madoc, section 22. Un signal a été décomposé en série de Fourier et on peut observer la somme des n premières harmoniques en faisant varier n .

2) Vers quel type de signal se rapproche-t-on quand n augmente jusqu'à 50 ?

3) Tracer le signal vers lequel on tend quand n augmente et déterminer sa pulsation ω et sa valeur moyenne



4) Remplir le tableau suivant :

	a_n	b_n	Pulsation
Fondamental	$a_1 =$	$b_1 =$	
Harmonique de rang 2	$a_2 =$	$b_2 =$	
Harmonique de rang 3	$a_3 =$	$b_3 =$	
Harmonique de rang 4	$a_4 =$	$b_4 =$	
Harmonique de rang 5	$a_5 =$	$b_5 =$	

5) Faire varier n de 1 à 50 et observer les valeurs des amplitudes des harmoniques.

Compléter la phrase : quand n augmente, l'amplitude des harmoniques…………………………..

6) Faire varier n de 1 à 50 et observer l'allure du signal. Compléter les phrases :

Entre n=1 et n=10, l'allure du signal évolue …………………….

Entre n=10 et n=50, l'allure du signal évolue …………………….

Les harmoniques de rang faibles ont un impact…………………………sur l'allure du signal

Les harmoniques de rang élevés ont un impact…………………………. sur l'allure du signal

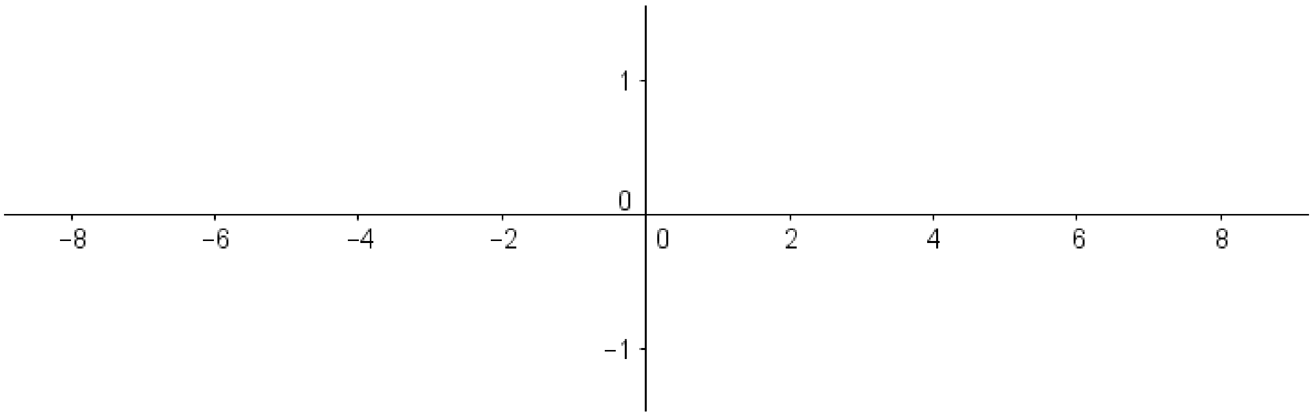
7) Dans champ de saisie, tracer le signal $f(x)$ en soustrayant le fondamental. Que constate-t-on ?

Exercice 7 – Décomposition en série de Fourier

1) Ouvrez le fichier « TD_Fourier_Signal n°2 » disponible sur Madoc, section 22. Un signal a été décomposé en série de Fourier et on peut observer la somme des n premières harmoniques en faisant varier n .

2) Vers quel type de signal se rapproche-t-on quand n augmente jusqu'à 30 ?

3) Tracer le signal vers lequel on tend quand n augmente et déterminer sa pulsation ω et sa valeur moyenne.



4) Remplir le tableau suivant :

	Amplitude a_n	Amplitude b_n	Pulsation
Fondamental	$a_1 =$	$b_1 =$	
Harmonique de rang 2	$a_2 =$	$b_2 =$	
Harmonique de rang 3	$a_3 =$	$b_3 =$	
Harmonique de rang 4	$a_4 =$	$b_4 =$	
Harmonique de rang 5	$a_5 =$	$b_5 =$	

5) Faire varier n de 1 à 30 et observer les valeurs des amplitudes des harmoniques.

Compléter la phrase : quand n augmente, l'amplitude des harmoniques…………………………..

6) Faire varier n de 1 à 30 et observer l'allure du signal. Compléter les phrases :

Entre n=1 et n=10, l'allure du signal évolue …………………….

Entre n=10 et n=30, l'allure du signal évolue …………………….

Les harmoniques de rang faibles ont un impact…………………………sur l'allure du signal

Les harmoniques de rang élevés ont un impact…………………………. sur l'allure du signal

7) Dans champ de saisie, tracer le signal $f(x)$ en soustrayant le fondamental. Que constate-t-on ?

Exercice 8 – Tracer une somme de signaux sinusoïdaux

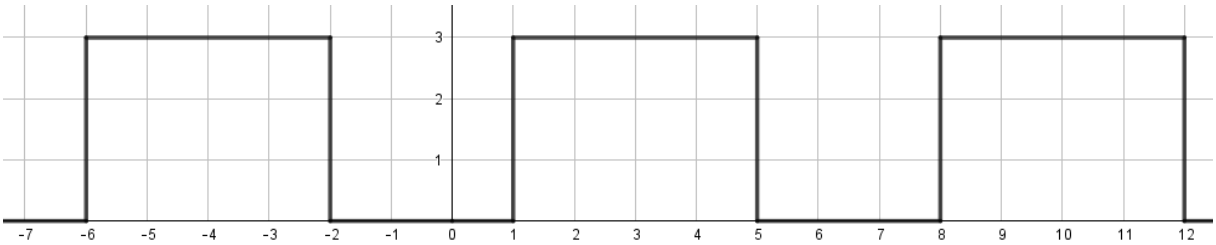
On considère la fonction $u(t)=3+\sum_{k=1}^{118}-\frac{1}{k}\sin(k\cdot t)$

1) Définir la fonction $u(t)$ sur Scilab et tracer sa courbe sur [-10,10] avec 1000 composants pour t.

2) Quel type de signal reconnaît-on ?

Exercice 9 – Etude d'un signal

On considère le signal périodique $s(t)$ suivant :



1) Calculer a_0 et ω

2) Calculer sur Scilab les coefficients de Fourier a_1 et b_1

3) Définir la fonction **a(n)** qui à partir de n, donne en sortie le coefficient de Fourier a_n et la fonction **b(n)** qui à partir de n, donne en sortie le coefficient de Fourier b_n. Pour éviter tout bug, on ajoutera la précision 10^{-3} lors du calcul de l'intégrale (ex : integrate ('fonction(t)','t',borneinf,bornesup,10^-3))

4) Remplir le tableau suivant avec une approximation de 3 chiffres après la virgule

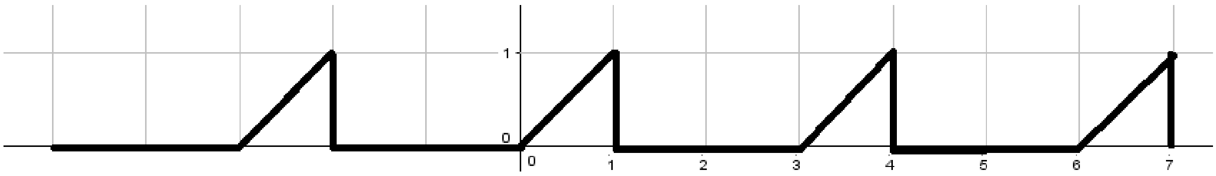
n	1	5	10	50	100
a_n					
b_n					

5) Observer l'évolution de a_n et b_n puis conjecturer sur les limites de a_n et b_n quand $n\to+\infty$

6) Donner l'expression des harmoniques de rang 1, 5, 10, 50 et 100

Exercice 10 – Etude d'un signal

On considère la tension périodique $u(t)$ suivante, définie par $\begin{cases} u(t) = t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ u(t) = 0 & \text{si } 1 \leq t < 3 \end{cases}$



1) Calculer a_0 et ω

2) Définir la fonction **a(n)** qui à partir de n, donne en sortie le coefficient de Fourier a_n et la fonction **b(n)** qui à partir de n, donne en sortie le coefficient de Fourier b_n. Pour éviter tout bug, on ajoutera la précision 10^{-3} lors du calcul de l'intégrale (ex : integrate ('fonction(t)','t',borneinf,bornesup,10^-3))

3) Remplir le tableau suivant avec une approximation de 3 chiffres après la virgule

n	1	5	10	50	100
a_n					
b_n					

4) Donner l'expression des harmoniques de rang 1, 5, 10, 50 et 100

5) Tracer sur GeoGebra les courbes des harmoniques du tableau ci-dessus et relever graphiquement l'amplitude A_n des harmoniques:

n	1	5	10	50	100
A_n					

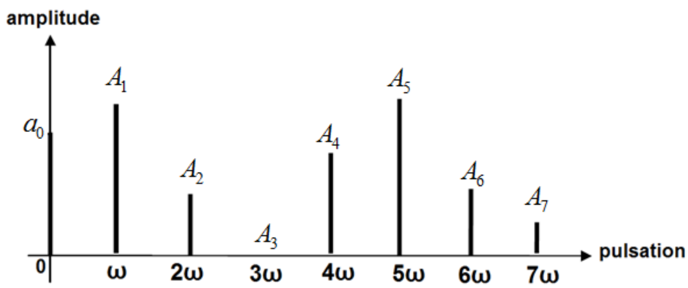
6) La formule de mathématique suivante permet de calculer l'amplitude d'une harmonique:

$$a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = A_n \cos\left(n\omega t - \varphi_n\right) \text{ avec } A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

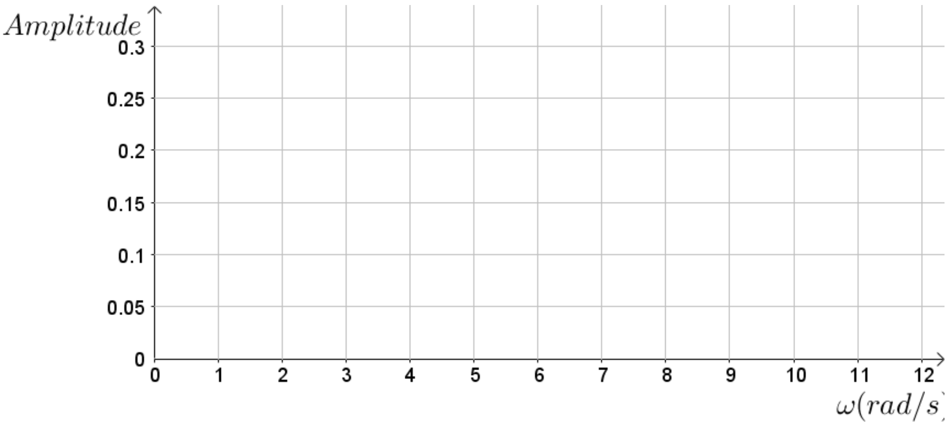
Vérifier que les amplitudes $A_1, A_5, A_{10}, A_{50}, A_{100}$ déterminées précédemment sont en accord avec cette formule.

7) Conjecturer : « Plus le rang d'une harmonique est élevé, plus son amplitude est ……………..…»

On rappelle que le spectre d'amplitude est le diagramme en bâtons de l'amplitude des harmoniques en fonction de la pulsation ω ou la fréquence f. Le spectre permet de montrer le poids de chaque harmonique dans le signal.



8) Représenter ci-dessous le spectre d'amplitude de $i(t)$ jusqu'à la 5ème harmonique :



9) Ecrire sur SciNotes la fonction **somme(t)** qui à partir de t, donne en sortie la somme de la valeur moyenne et des 10 premières harmoniques :

$$somme(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{10} a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)$$

10) Tracer la courbe de somme(t) sur [-20,20] et vérifier que cette courbe a une allure proche de $u(t)$

11) Augmenter le nombre d'harmoniques (10, 20, 50, 100) dans la fonction somme(t) et tracer à chaque fois la fonction somme(t). On augmentera jusqu'aux 100 premières harmoniques. On pensera à utiliser à chaque fois la commande « clf » afin d'éviter que les courbes se superposent.

12) Compléter la phrase suivante :

« Plus on ajoute des harmoniques, plus *somme(t)* est……………………………………..de $u(t)$ »

13) Vrai ou faux ? $u(t) \approx a_0 + \sum_{n=1}^{100} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$

Exercice 11 – Série de Fourier et diagramme de Bode

Le signal $s(t)$, de période $T = 2\pi$, est défini par :

$$\text{si } -\pi \le t \le 0,\ s(t) = t + \pi \text{ et si } 0 < t < \pi,\ s(t) = -t + \pi$$

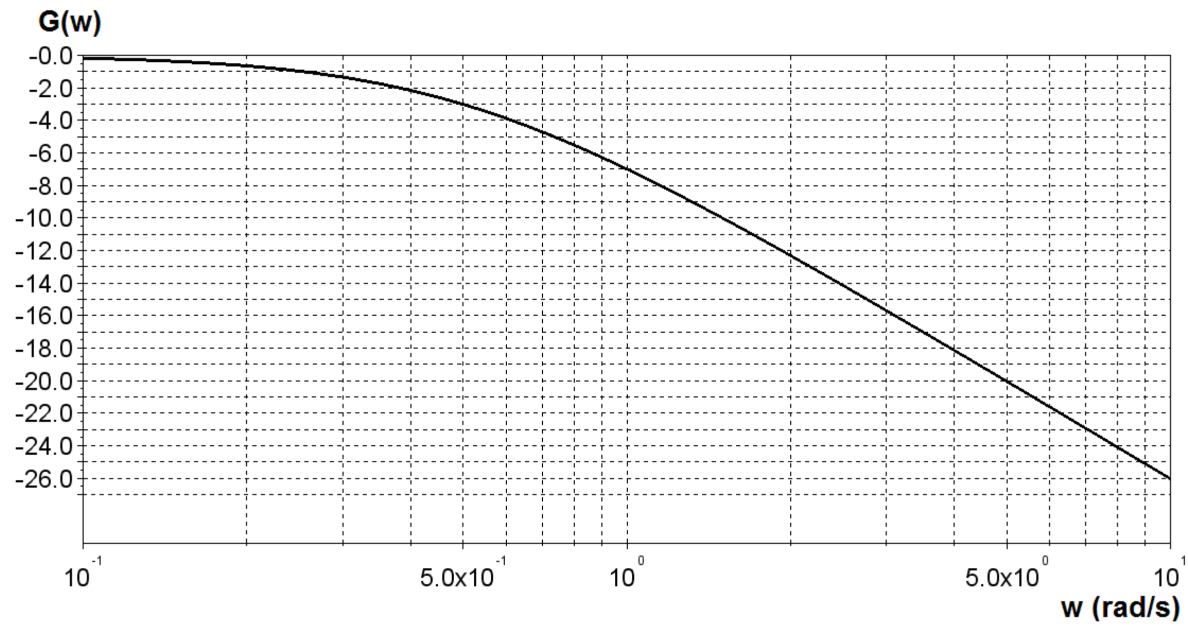
1) Tracer sur papier la courbe de $s(t)$ (3 périodes) et déterminer ω et sa valeur moyenne a_0

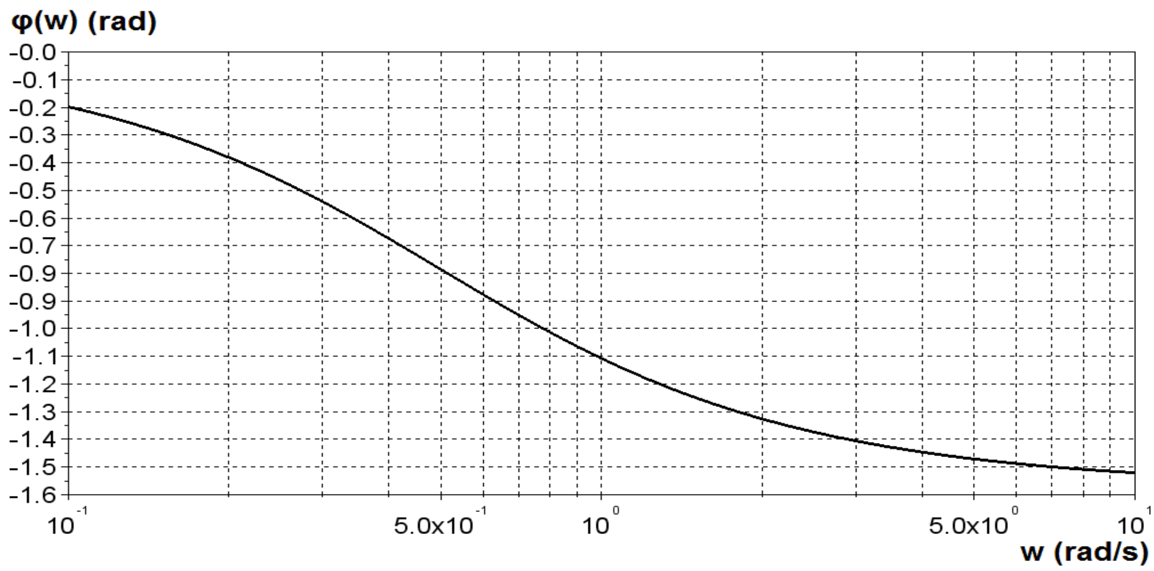
Un programme réalisé sur Scilab a permis de calculer les valeurs approchées des premiers coefficients de Fourier a_n et b_n :

n	1	2	3	4	5	6	7
a_n	1.273	0	0.141	0	0.051	0	0.026
b_n	0	0	0	0	0	0	0

2) Tracer sur Scilab la courbe de la fonction **somme(t)** sur [-10,10] qui à partir de t, donne en sortie la somme de la valeur moyenne et des 7 premières harmoniques. A-t-on $s(t) \approx somme(t)$?

Le signal $s(t)$ passe dans un filtre passe-bas dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.





3) Déterminer l'expression de la valeur moyenne et des 7 premières harmoniques de $s(t)$ avant le filtre et après leur passage dans le filtre :

Signal	Expression avant le filtre	Expression après le filtre
Valeur moyenne		
Harmonique de rang 1 (fondamental)		
Harmonique de rang 3		
Harmonique de rang 5		
Harmonique de rang 7		

4) Tracer sur Scilab la courbe de la fonction **sommeapres(t**) qui à partir de t, donne en sortie la somme de la valeur moyenne et des 7 premières harmoniques après passage dans le filtre.
Peut-on dire que ce signal est une bonne approximation du signal $s(t)$ après son passage dans le filtre ? La forme triangulaire du signal est-elle conservée ?

Le signal $s(t)$ passe cette fois-ci dans un autre filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{500}}$$

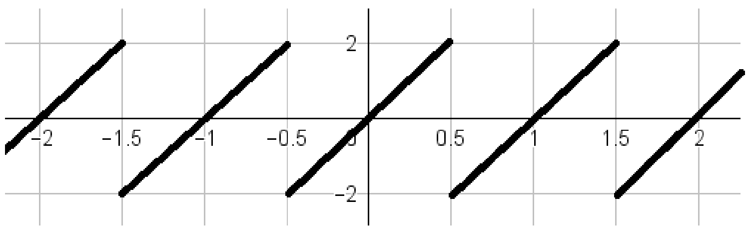
5) Afficher le diagramme de Bode du gain avec $\omega \in \left[1 \text{ rad/s}, 10^3 \text{ rad/s}\right]$ et 1.000 points

6) Quel type de filtre reconnaît-on ?

7) Déterminer l'expression de la valeur moyenne et des 7 premières harmoniques de $s(t)$ après leur passage dans ce filtre. Conclure : le signal $s(t)$ est-il modifié après son passage dans le filtre ?

Exercice 12 – Série de Fourier et diagramme de Bode

On considère la tension périodique $u_1(t)$ suivante :

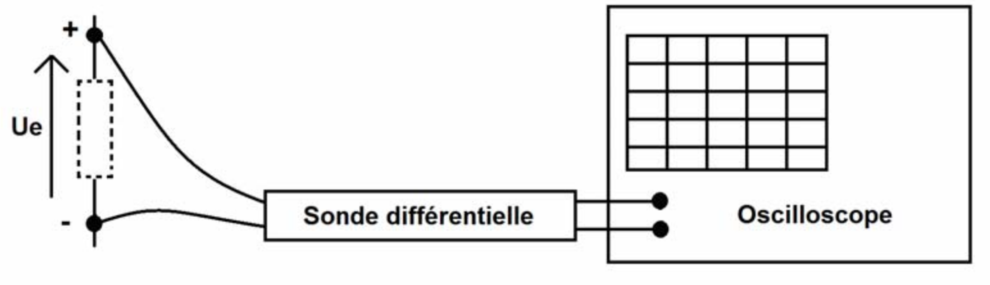


$u_1(t)$ passe dans un filtre dont la fonction de transfert est : $\underline{H}(\omega) = \dfrac{1}{1 + 2j\omega + (j\omega)^2}$

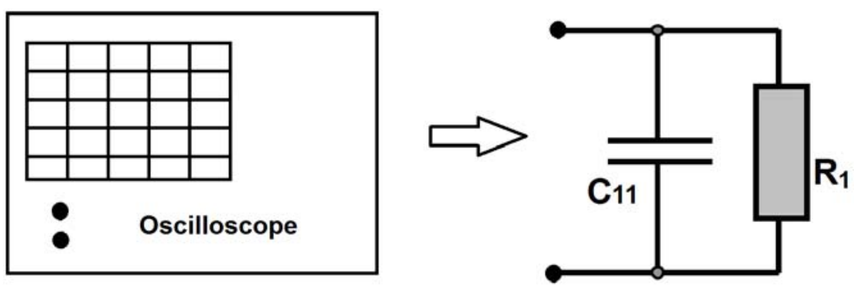
Déterminer l'expression approchée de $u_2(t)$ correspondant au signal en sortie du filtre.

TP Sonde différentielle

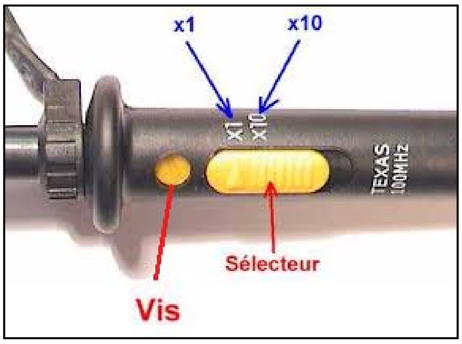
On souhaite utiliser un oscilloscope pour mesurer une tension Ue entre deux points d'un montage électrique. Grâce à une sonde différentielle, on peut raccorder l'oscilloscope au montage électrique.

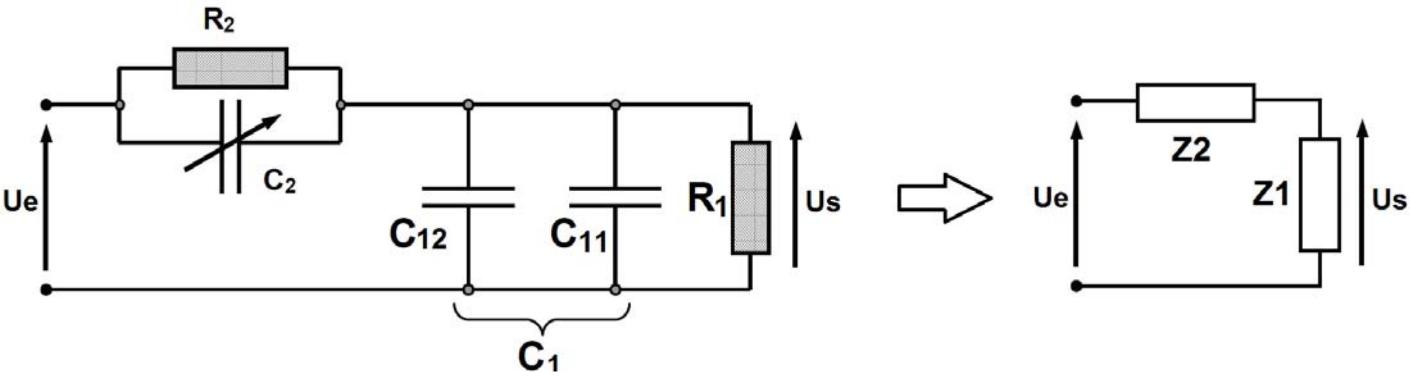


L'impédance d'entrée d'un oscilloscope est modélisable par une résistance R1 et un condensateur C11 associés en parallèle.



Une sonde 1 : 10, appelée aussi sonde atténuatrice de tension, est constitué par un câble coaxial et une résistance R2 et un condensateur C2 associés en parallèle. Le câble coaxial est assimilable à un condensateur C12 et le condensateur C2 est ajustable par l'utilisateur à l'aide d'un tournevis. Dans le cas de la mesure de la tension Ue, **l'oscilloscope va donc afficher en réalité la tension** Us **.**





Le terme « 1 :10 » de la sonde 1 :10 vient du fait que lorsque le condensateur C2 est bien réglé, on observe sur l'oscilloscope la tension $Ue(t)$ divisée par un facteur de 10 : $Us(t) = \frac{1}{10}Ue(t)$

1) Donner l'expression de l'impédance d'entrée équivalente $\underline{Z1}(\omega)$ du dipôle R_1C_1 sous la forme

$$\underline{Z1}(\omega) = \frac{........}{1 + j.........}$$

2) Donner l'expression de l'impédance équivalente $\underline{Z2}(\omega)$ du dipôle R_2C_2 sous la forme

$$\underline{Z2}(\omega) = \frac{........}{1 + j.........}$$

3) Grâce au pont diviseur de tension, déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{Us}}{\underline{Ue}}$ en fonction de $\underline{Z1}(\omega)$ et $\underline{Z2}(\omega)$

On prendra par la suite les valeurs suivantes : $R_1 = 1\text{M}\Omega,\ R_2 = 9\text{M}\Omega,\ C_1 = 120\text{pF}$

A – Un premier réglage de la sonde

On considère que l'on a réglé le condensateur C2 de manière à avoir $C_2 = 30\text{pF}$

A.1) Sur Scilab, définir les deux fonctions suivantes :

- une fonction **gain(w)** d'entrée ω et de sortie $20\log\left(\left|\underline{H}(\omega)\right|\right)$

- une fonction **phase(w)** d'entrée ω et de sortie $\arg\left(\underline{H}(\omega)\right)$

On prendra soin de ne pas écrire de longues lignes mais au contraire de définir au préalable et ligne par ligne : R1,R2,C1,C2 puis Z1 et Z2 et enfin H(w).

A.2) Tracer le graphe de $gain(\omega)$ avec ω compris entre 10 rad/s et 10^6 rad/s

A.3) Afficher le **diagramme de Bode du gain** et reporter le graphique sur votre compte-rendu.

- De manière générale, le signal de sortie $Us(t)$ est-il amplifié ou atténué ?
- L'amplification ou l'atténuation est-elle la même pour toutes les fréquences ?

A.4) Tracer le graphe de $phase(\omega)$ avec ω compris entre 10 rad/s et 10^6 rad/s

A.5) Afficher le **diagramme de Bode de la phase** et reporter le graphique sur votre compte-rendu.

- De manière générale, le signal de sortie $Us(t)$ est-il déphasé ou non ?
- Le déphasage est-il le même pour toutes les fréquences ?

A.6) A l'aide des fonctions $gain(\omega)$ et $phase(\omega)$, remplir le tableau suivant :

$Ue(t)$	$Us(t)$
1	
$\sin\left(5000\cdot t\right)$	
$0.2\sin\left(25000\cdot t\right)$	
$1+\sin\left(5000\cdot t\right)+0.2\sin\left(25000\cdot t\right)$	

On considère que $Ue(t) = 1+\sin\left(5000\cdot t\right)+0.2\sin\left(25000\cdot t\right)$

A.7) Définir $Ue(t)$ sur GeoGebra et tracer son graphe (on observera la courbe sur $\left[-0.002, 0.002\right]$)

A.8) Tracer le graphe de $Us(t)$ sur Geogebra. On l'appellera $Us30(t)$ pour faire référence au réglage $C_2 = 30\text{pF}$

A.9) Comparer les courbes de $Ue(t)$ et $Us(t)$:

- $Us(t)$ a-t-elle la même forme générale que $Ue(t)$? On agrandira $Us(t)$ pour pouvoir répondre.
- $Us(t)$ a-t-elle la même amplitude que $Ue(t)$? Si non, expliquer pourquoi.

A.10) Compléter la phrase suivante: « Pour avoir une restitution parfaite de l'oscilloscope, la forme de la courbe de $Us(t)$ doit être……………..……………...…à celle de $Ue(t)$ »

A.11) Conclure : le réglage actuel de C2 permet-il à l'oscilloscope de restituer correctement $Ue(t)$?

B – D'autres réglages de la sonde

On teste différents réglages de la sonde en faisant varier C2 et on s'intéresse toujours à la tension

$$Ue(t) = 1 + \sin(5000 \cdot t) + 0.2\sin(25000 \cdot t)$$

B.1) Pour chaque valeur de C2 (5 pF, 10pF, 15pF et 20pF), afficher le diagramme de Bode du gain et reporter le graphique sur votre compte-rendu. Puis, faire de même pour le diagramme de Bode de la phase.

B.2) Pour chaque valeur de C2, à l'aide des fonctions $gain(\omega)$ et $phase(\omega)$, remplir le tableau suivant et dessiner l'allure de ces fonctions.

C_2	$Us(t)$
5pF	
10pF	
15pF	
20pF	

B.3) Tracer les graphes de $Us(t)$ sur Geogebra pour les différentes valeurs de C2. On les appellera **us5(t), us10(t), us15(t)** et **us20(t).**

B.4) Comparer les courbes de $Ue(t)$ et $Us(t)$ pour chaque valeur de C2 et trouver quelle valeur de C2, parmi celles proposées, semble permettre une bonne restitution de $Ue(t)$

B.5) On rappelle que lorsque C2 est bien réglé, la restitution est optimale et donc $\frac{Us(t)}{Ue(t)} = \frac{1}{10}$

Quelle valeur du gain en dB permet d'obtenir ce rapport de 1/10 ?

B.6) Compléter les phrases suivantes :

« Pour avoir une restitution optimale, il faut que $\forall \omega \in \mathbb{R}$, $gain(\omega) =$ .... »

« Pour avoir une restitution optimale, il faut que $\forall \omega \in \mathbb{R}$, $\mathrm{phase}(\omega) =$ .... »

B.7) On a pu grâce à la question B.3 trouver une valeur de C2 permettant d'obtenir une bonne restitution. Faire varier C2 entre 10 pF et 20 pF et observer à chaque fois les courbes de gain(w) et phase(w) afin de trouver la valeur approchée de C2 permettant de répondre aux deux exigences trouvées à la question B.5.

B.8) La restitution est optimale lorsque $\frac{Us(t)}{Ue(t)} = \frac{1}{10}$ donc lorsque $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{10}$

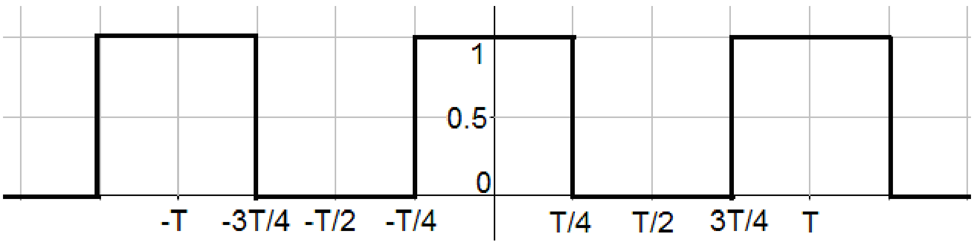
Trouver l'expression de C2 en fonction de R1, R2 et C1 afin d'avoir $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{10}$

Calculer C2 numériquement et comparer cette valeur avec celle trouvée à la question précédente.

C – Etalonnage de la sonde

Lorsque l'on règle à l'aide d'un tournevis la valeur du condensateur C2, rien ne nous permet de savoir si l'on approche ou si l'on s'éloigne de la valeur optimale trouvée précédemment. On étalonne donc la sonde à l'aide d'un signal carré en entrée $Ue(t)$ et nous allons comprendre pourquoi on utilise ce type de signal dans cette partie du TP.

On considère que le signal d'entrée $Ue(t)$ est un signal carré de pulsation $\omega = 1000$ rad/s :



C.1) Déterminer sa période T et sa valeur moyenne a_0

C.2) Déterminer si le signal est pair, impair ou ni l'un ni l'autre.

C.3) Le calcul à la main des coefficients de Fourier a_n et b_n montre que :

$$a_n = \frac{2\sin(0.5\pi n)}{n\pi} \quad \text{et} \quad b_n = 0$$

On peut approcher le signal carré par la somme de sa valeur moyenne et des 200 premières harmoniques. On a donc $Ue(t) \approx a_0 + \sum_{n=1}^{200} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$

Définir sur Scilab la fonction $Ue(t)$

C.4) Tracer la courbe de $Ue(t)$ sur [-0.01,0.01] et vérifier que cette courbe approche bien le signal carré attendu

C.5) On se situe dans le cadre du premier réglage de la sonde 1 : 10 ($C_2 = 30\text{pF}$)

On cherche à savoir comment chaque harmonique de $Us(t)$ est restituée sur l'oscilloscope. Remplir le tableau suivant. Pour la dernière ligne, il faudra conjecturer en utilisant les fonctions $gain(\omega)$ et $phase(\omega)$

	$Ue(t)$	$Us(t)$
Valeur moyenne		
Harmonique de rang 1		
Harmonique de rang 5		
Harmonique de rang « n »	$a_n \cos(n\omega t)$	$a_n \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times \cos\left(n\omega t + \ldots\ldots\ldots\ldots\right)$

C.6) Grâce à la conjecture faite sur le tableau précédent, définir sur Scilab la fonction **us30(t)** qui correspond à ce qui est restitué du signal carré sur l'écran de l'oscilloscope

C.7) Tracer la courbe de us30(t) sur [-0.01,0.01]. A-t-on une bonne restitution du signal carré ?

C.8) Tracer les graphes de $Us(t)$ pour les différentes valeurs de C2 étudiées précédemment. On les appellera **us5(t), us10(t)…**

C.9) Expliquer pourquoi le signal carré est le signal qui est utilisé par les techniciens pour régler la sonde différentielle 1 : 10

C.10) Peut-on étalonner la sonde 1 :10 avec un signal carré de pulsation $\omega = 10$ rad/s ? On observera les graphes réalisés à la question B.1 pour pouvoir répondre et on raisonnera sur les harmoniques principales du signal.

Transformées de Laplace

Exercice 1 – Table des transformées de Laplace

Transformer les représentations temporelles des signaux ci-dessous en représentation de Laplace :

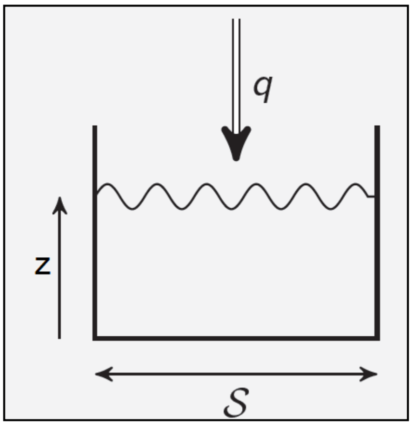
f(t)	F(p)	f(t)	F(p)
$4t\ U(t)$		$3\cos(2t)e^{-4t}U(t)$	
$\delta(t)-5U(t)$		$\left(2t-1\right)e^{-2t}U(t)$	
$e^{-10t}U(t)$		$\left(5\sin(3t)-\cos(3t)\right)U(t)$	
$\cos(2t)U(t)$		$(9-3e^{-2t})U(t)$	

Exercice 2 – Table des transformées de Laplace

Transformer les représentations de Laplace des signaux ci-dessous en représentations temporelles:

F(p)	f(t)	F(p)	f(t)
$\frac{2}{p}$		$\frac{4}{0.5p+1}$	
$\frac{4}{\left(p+6\right)^2}$		$\frac{10}{\left(p+4\right)^2+25}$	
$\frac{5}{p+1}$		$\frac{3}{p+2}-\frac{1}{5p+2}$	
$\frac{5}{p^2+9}$		$\frac{3}{4p^2+1}$	
$\frac{3}{p^2}-\frac{1}{4p}$		$\frac{7-5p}{p^2+4}$	

Exercice 3 – Système de remplissage



On remplit un bac de section S, initialement vide, avec un certain débit volumique d'eau $q(t)$. On note $z(t)$ la hauteur du liquide et $V(t)$ le volume d'eau. On rappelle que $q(t) = \dfrac{dV(t)}{dt}$

1) Exprimer $V(t)$ en fonction de S et $z(t)$ et en déduire l'équation entre $q(t)$ et $z(t)$

2) A l'aide de la représentation de Laplace, remplir le diagramme du système :

$q(t)$ → Système d'équation différentielle: → $z(t)$

$Q(p)$ → $H(p) =$ → $Z(p)$

3) On considère que $\forall t > 0,\ q(t) = 4\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ et $S = 20\ \mathrm{m}^2$. Donner l'expression de $Z(p)$

4) A l'aide de la table des transformées de Laplace, donner l'expression de $z(t)$

Exercice 4 – Fonction de transfert

1) Passer les équations différentielles des systèmes ci-dessous en représentation de Laplace puis donner l'expression des fonctions de transferts des systèmes.

- Système d'entrée $c(t)$ et de sortie $v(t)$ dont l'équation différentielle s'écrit :

$$2v'(t) + v(t) = c(t) \text{ avec } v\left(0^+\right) = 0$$

- Système d'entrée $m(t)$ et de sortie $y(t)$ dont l'équation différentielle s'écrit :

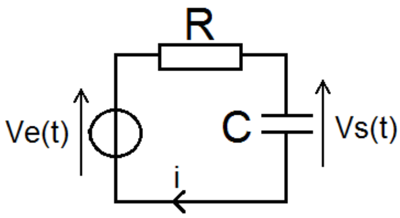
$$3y''(t) + y(t) = 2m(t) \text{ avec } \text{ avec } y(0^+) = y'(0^+) = 0$$

2) Passer l'équation ci-dessous en représentation de Laplace puis donner l'expression de $S(p)$ puis $s(t)$:

$$6s'(t) + 5s(t) = 0 \text{ avec } s\left(0^+\right) = 2$$

Exercice 5 –Circuit RC

On considère un circuit RC dans lequel $R = 500\Omega$ et $C = 1000\mu F$



La loi des mailles donne l'équation différentielle du circuit :

$$Ve(t) = RC\frac{dVs(t)}{dt} + Vs(t)$$

1) Condensateur initialement déchargé

Le condensateur est déchargé à $t = 0^+$: $Vs(0^+) = 0 \text{ V}$ et l'entrée $Ve(t)$ est un échelon de 5V

1.1 –Transformer l'équation différentielle en Laplace puis donner l'expression de $Vs(p)$

1.2 – Ouvrez le lien « Wolfram_Décomposition en éléments simples» sur Madoc, section 22. Ce lien renvoie vers un site internet permettant de faire la décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle. Utiliser ce site afin de décomposer en éléments simples $Vs(p)$

NOTA : quelque soit l'expression du numérateur et dénominateur, il faut mettre des parenthèses au début et à la fin.

Numerator	( )
Denominator	( )

1.3 – A l'aide de la table des transformées de Laplace, déterminer $Vs(t)$

1.4 – Sur Scilab, définir la fonction échelon unité $U(t)$ puis utiliser cette fonction pour définir la fonction $Vs(t)$ que l'on notera $Vs1(t)$

1.5 – Tracer $Vs1(t)$ sur [-5,5] et déterminer graphiquement la valeur de $\lim_{t \to +\infty} Vs1(t)$

1.6 – Déterminer graphiquement la valeur du temps de réponse à 5% (temps nécessaire pour que $Vs(t)$ atteigne 95% de sa valeur finale).

2) Condensateur initialement chargé

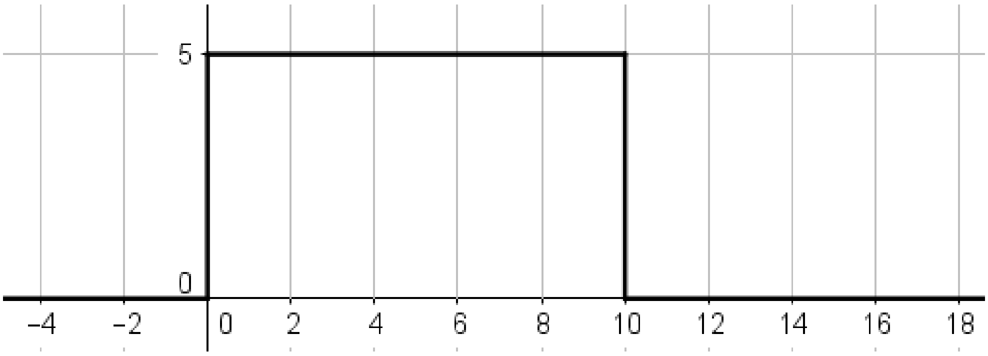
Le condensateur est chargé à $t = 0^+$: $Vs(0^+) = 5 \text{ V}$ et l'entrée $Ve(t)$ est nulle.

2.1 – Transformer l'équation différentielle en Laplace puis donner l'expression de $Vs(p)$

2.2 – A l'aide de la table des transformées de Laplace, déterminer $Vs(t)$

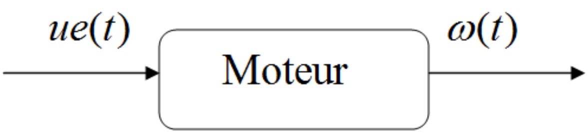
2.3 – Sur Scilab, définir $Vs(t)$ que l'on notera $Vs2(t)$ puis tracer sa courbe sur [-5,5]

3) On considère désormais que le condensateur est déchargé à $t=0^+$: $Vs(0^+)=0$ V et l'entrée $Ve(t)$ est représentée dans le graphique ci-dessous. En vous aidant des deux cas traités précédemment dans l'exercice, dessiner sur ce graphique l'allure de la réponse temporelle.



Exercice 6 – Moteur à courant continu

On considère un moteur à courant continu alimenté par une tension $ue(t)$ et délivrant une vitesse de rotation $\omega(t)$.



Le système est décrit par les deux équations différentielles ci-dessous :

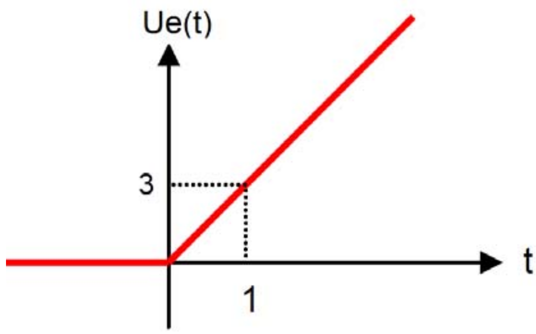
$$\begin{cases} ue(t) = 0.5\omega(t) + 5i(t) \\ 0.025\dfrac{d\omega(t)}{dt} = 0.5i(t) \text{ avec } \omega(0^+) = 0 \end{cases}$$

1) Transformer les deux équations ci-dessus en Laplace puis éliminer $I(p)$ afin de trouver la relation entre $Ue(p)$ et $\Omega(p)$

2) Donner l'expression de la fonction de transfert du moteur $H(p)$

3) Mettre $H(p)$ sous la forme $H(p) = \dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{1+\ldots\ldots\ldots p}$

4) A $t=0$, on applique en entrée $ue(t)$ une rampe dont le graphe est donné ci-contre.



4.1 – Déterminer $\Omega(p)$ puis $\omega(t)$

4.2 – Définir sur Scilab l'échelon unité, $ue(t)$ et $\omega(t)$ puis tracer leurs courbes sur [-5,5]

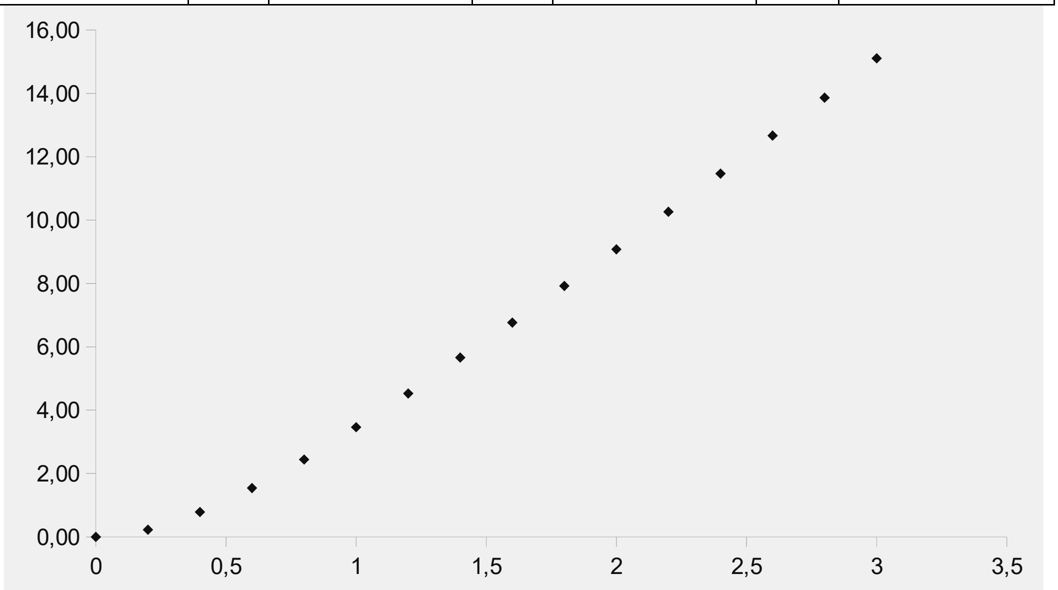
4.3 – Vers quel type de courbe se rapproche $\omega(t)$ quand le temps augmente ?

5)

5.1 – Déterminer la relation indiquant le nombre a de radians faits par le moteur durant les 3 premières secondes. Calculer a à l'aide de Scilab.

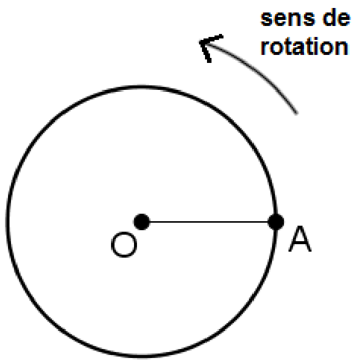
5.2 – Un système a relevé toutes les 0.2 secondes la vitesse réelle du moteur (voir ci-dessous). Avec la méthode des rectangles à droite, dessiner les rectangles permettant de calculer l'intégrale de la vitesse (rad/s) entre 0 et 3.

t(s)	Vitesse (rad/s)	t(s)	Vitesse (rad/s)	t(s)	Vitesse (rad/s)	t(s)	Vitesse (rad/s)
0	0	0.8	2.47	1.6	6.74	2.4	11.43
0.2	0.23	1	3.44	1.8	7.90	2.6	12.65
0.4	0.78	1.2	4.51	2	9.06	2.8	13.88
0.6	1.58	1.4	5.68	2.2	10.32	3	15.03



5.3 – A l'aide du relevé, dessiner la courbe de $\omega(t)$ sur LibreOfficeCalc puis avec la méthode des rectangles à droite, donner une estimation du nombre de radians faits par le moteur durant les 3 premières secondes. Comparer cette valeur avec a.

5.4 – On a tracé au feutre un point A sur l'arbre du moteur. A $t = 0$, la position de ce point est représentée sur la figure ci-dessous. A l'aide de la question précédente, positionner le point A sur cette figure lorsque $t = 3$



Exercice 7 – Systèmes du second ordre

Transformer les représentations de Laplace des signaux ci-dessous en représentation temporelle en s'aidant des indices et de la table des transformées de Laplace.

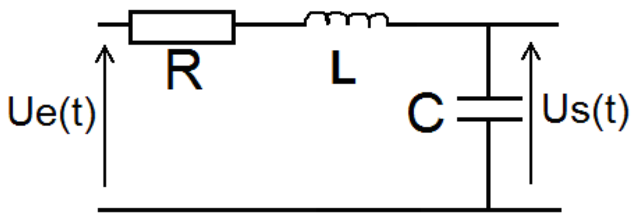
Laplace	Indice	Temporelle
$F(p)=\dfrac{3p+2}{p^2+8p+16}$	$\dfrac{p}{(p+a)^2}$ et $\dfrac{1}{(p+a)^2}$	
$G(p)=\dfrac{5}{p^2+4p+16}$	$\dfrac{\omega_0}{p^2+2m\omega_0 p+\omega_0^2}$ avec $0<m<1$	
$\Omega(p)=\dfrac{6p+3}{p^2+p+1}$	$\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$	

Exercice 8 – Circuit RLC

On considère le circuit RLC ci-contre.

Les conditions initiales sont :

$Us(0^+)=0$ et $Us'(0^+)=0$



L'équation différentielle du circuit est: $Ue(t)=LC\dfrac{d^2Us(t)}{dt^2}+RC\dfrac{dUs(t)}{dt}+Us(t)$

1) Fonction de transfert

1.1 - Ecrire l'équation différentielle en Laplace et déterminer l'expression de la fonction de transfert

1.2 – Ecrire $H(p)$ sous la forme $H(p)=\dfrac{\omega_0^2}{p^2+2m\omega_0 p+\omega_0^2}$ et identifier m et ω_0

2) Réponse indicielle

On pose $m=0.4$ et $\omega_0=5$ rad/s . A $t=0$, on applique en entrée $Ue(t)$ un échelon de 3V

2.1 – Donner l'expression de $Us(p)$ puis décomposer $Us(p)$ en éléments simples

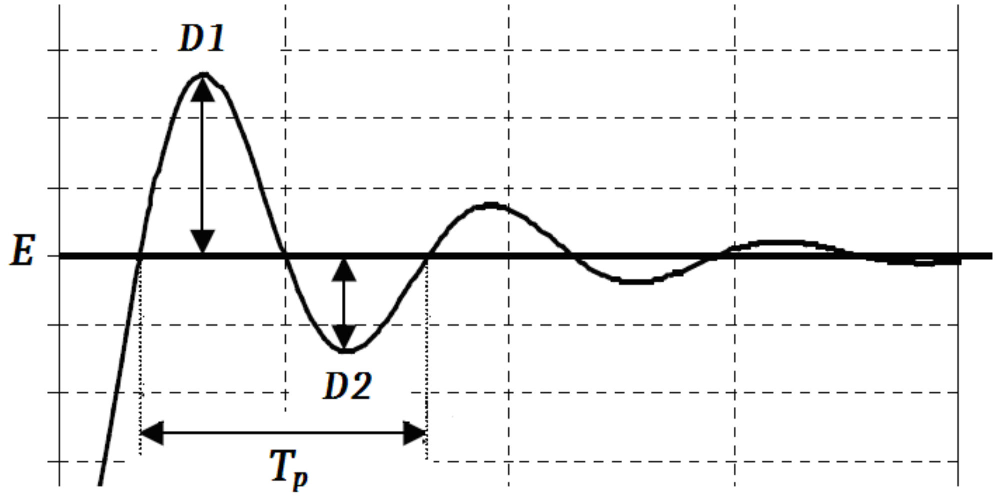
2.2 – En utilisant la formule $\dfrac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2}$ de la table des transformées, déterminer $Us(t)$

2.3 – Définir sur Scilab l'échelon unité, $Ue(t)$ et $Us(t)$ puis tracer leurs courbes sur [-5,5]. On tracera $Ue(t)$ et $Us(t)$ sur le même graphique en tapant sur Scilab `plot(t,ue,t,us)`

2.4 – Déterminer graphiquement la limite notée E de $Us(t)$ quand $t\to+\infty$

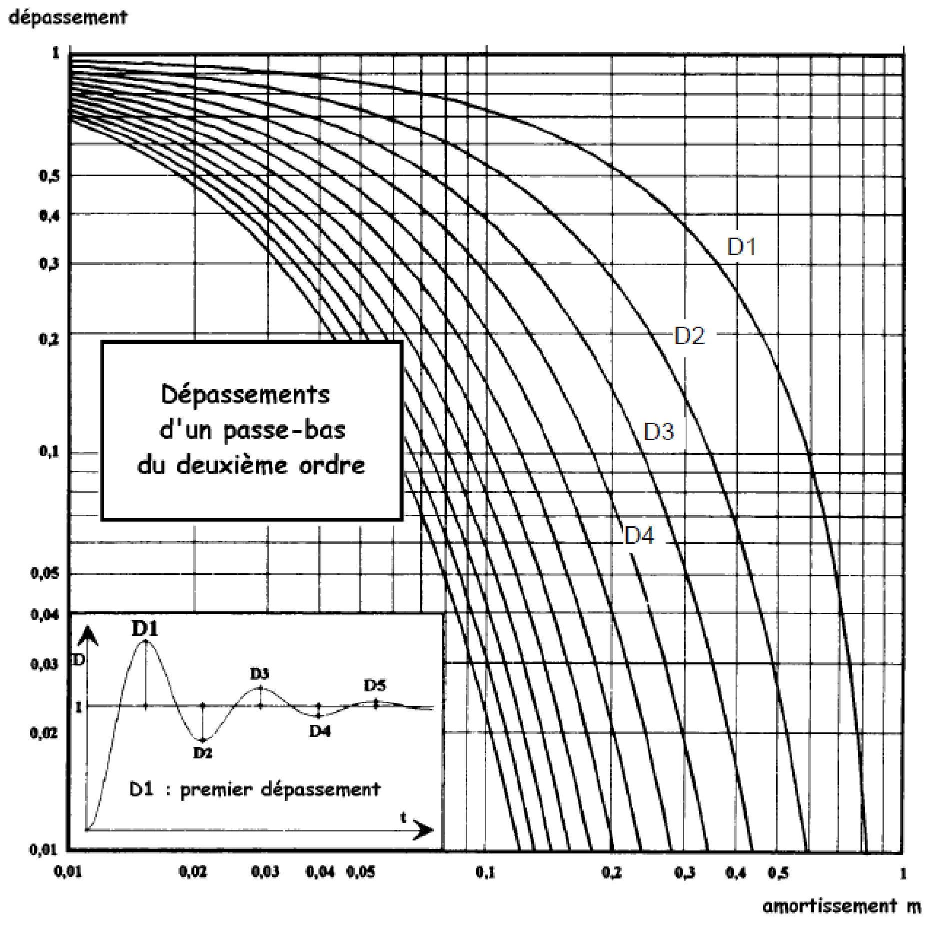
3) Etude des dépassements

Quand $0 < m < 1$, ce qui est le cas ici, $Us(t)$ présente un régime oscillatoire amorti ou apparaissent des dépassements de la valeur finale E. On rappelle que dans cet exercice : $E = 3$ Volts



3.1 – Déterminer graphiquement les valeurs des dépassements $D1\% = \left|\frac{D1-E}{E}\right|$ $D2\% = \left|\frac{D2-E}{E}\right|$

3.2 – Vérifier vos valeurs des dépassements par rapport à l'abaque ci-dessous :



3.3 – Définir un algorithme permettant de déterminer avec une précision de 10^{-2} la valeur du premier dépassement $D1$ et la valeur du second dépassement $D2$

4) Etudes de temps particuliers

On rappelle que le temps de réponse à 5% est le temps mis par $Us(t)$ pour rentrer à l'intérieur de la bande comprise en 95% et 105% de sa valeur finale.

4.1 – Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T_p (voir graphique question n°3)

4.2 – Déterminer graphiquement la valeur du temps de réponse à 5%

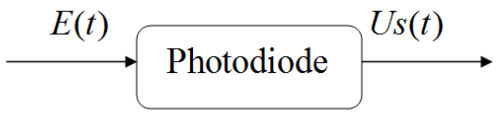
4.3 – Définir un algorithme permettant de déterminer avec une précision de 10^{-2} la valeur de T_p

4.4 – Définir un algorithme permettant de déterminer avec une précision de 10^{-2} la valeur du temps de réponse à 5%

TP Récapitulatif

Exercice 1 – Photodiode

Pour mesurer un éclairement, on utilise une photodiode qui délivre une tension $Us(t)$ en fonction de l'éclairement $E(t)$. Dans l'obscurité, le capteur délivre une tension nulle.



On considère que la photodiode est modélisée par l'équation différentielle suivante:

$$0.1\times E(t)=Us(t)+3.85\times10^{-3}\frac{dUs(t)}{dt} \text{ avec } Us(0^+)=0$$

1) Transformer l'équation différentielle en Laplace puis donner l'expression de la fonction de transfert $H(p)$

2) A $t=0^-$, la photodiode est située dans une pièce complètement obscure. Puis, à $t=0^+$, on allume une lampe, ce qui correspond à un échelon d'éclairement : $E(t)=3\ \mathrm{W/m^2}$

2.1 – Déterminer $Us(p)$ puis $Us(t)$

2.2 – Définir sur Scilab l'échelon unité et $Us(t)$ puis tracer leurs courbes sur [0,0.1]

3)

3.1 – Déterminer graphiquement la limite de $Us(t)$ quand $t\to+\infty$

3.2 – Déterminer graphiquement la valeur du temps de réponse à 5%

4) Un système a relevé toutes les 0.001 secondes la tension réelle aux bornes de la photodiode (voir fichier sur madoc).

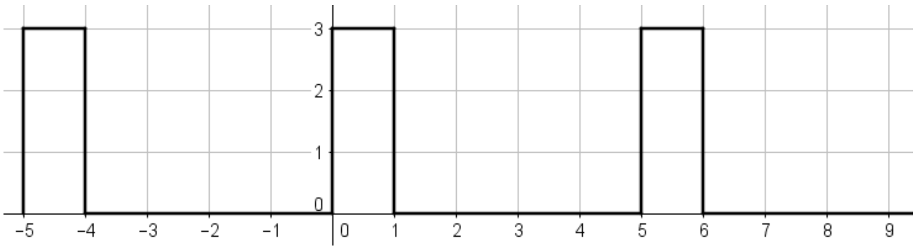
4.1 – Tracer la courbe de $Us(t)$ sur LibreOfficeCalc puis avec la méthode des rectangles à gauche, calculer la valeur approchée de $\int_0^{0.015} Us(t)dt$

4.2 – A l'aide de la formule centrée de la dérivation numérique, créer la colonne de $\frac{dUs(t)}{dt}$ sur LibreOfficeCalc et tracer sa courbe.

4.3 – Donner la valeur approchée de t pour laquelle on a $\frac{dUs(t)}{dt}<1$

Exercice 2 – Etude d'un signal

On considère la tension périodique $u(t)$ suivante :



1) Déterminer sa période T , sa pulsation ω et sa valeur moyenne a_0

2) Déterminer si le signal est pair, impair ou ni l'un ni l'autre

3) Définir la fonction **a(n)** qui à partir de n , donne en sortie le coefficient de Fourier a_n et la fonction **b(n)** qui à partir de n , donne en sortie le coefficient de Fourier b_n . Pour éviter tout bug, on ajoutera la précision 10^{-3} lors du calcul de l'intégrale (ex : integrate ('fonction(t)','t',borneinf,bornesup,10^-3))

4) Donner la valeur avec une approximation de 3 chiffres après la virgule de $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$ et $b_1,\ b_2,\ b_3,\ b_4,\ b_5$

5) Donner l'expression des harmoniques de rang 1 à 5.

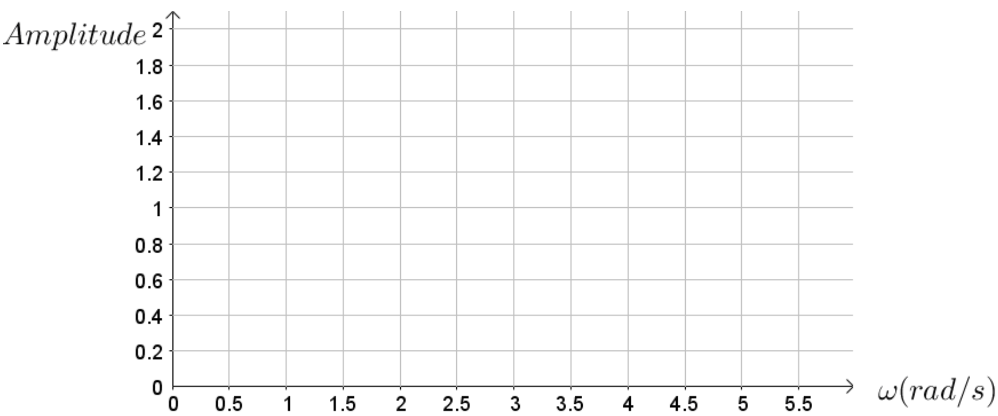
6) Ecrire sur SciNotes la fonction **somme(t**) qui à partir de t , donne en sortie la somme de la valeur moyenne et des 100 premières harmoniques.

7) Tracer la courbe de somme(t) sur [-10,10] et vérifier que cette courbe a une allure proche de $u(t)$

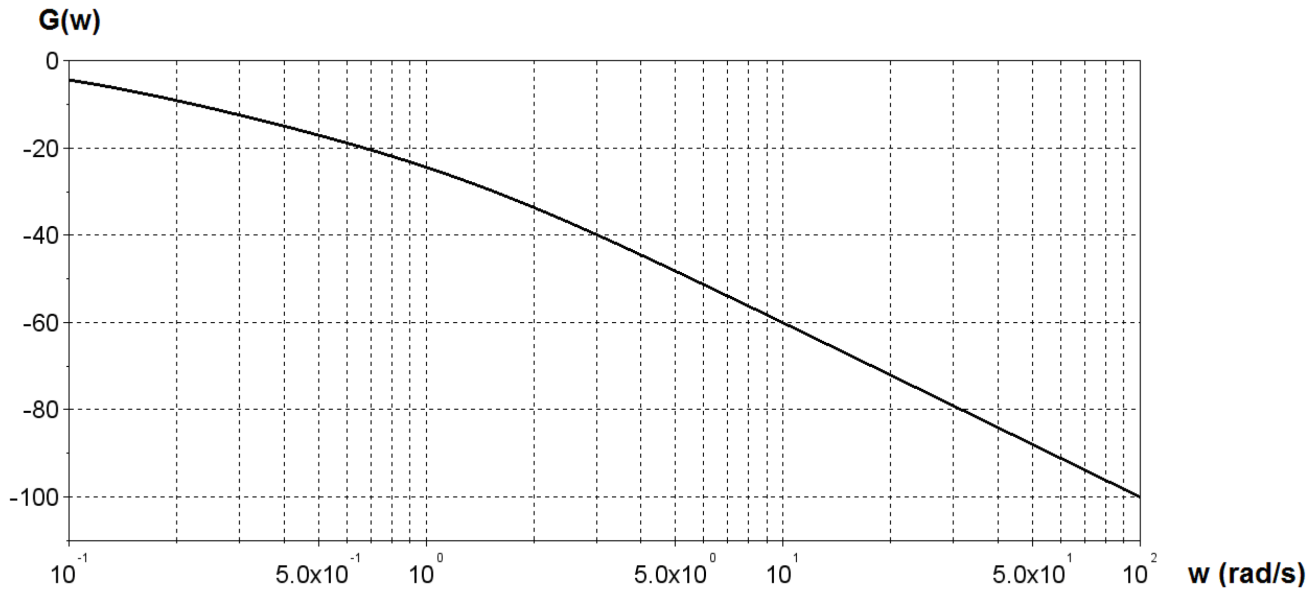
8) Est-il vrai ou faux d'affirmer que $u(t) \approx a_0 + \sum_{n=1}^{100} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$?

9) On rappelle que l'amplitude d'une harmonique est définie par $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$

Calculer l'amplitude des 5 premières harmoniques puis représenter ci-dessous le spectre d'amplitude de $u(t)$ jusqu'à la 5ème harmonique :



10) Le signal $u(t)$ passe dans un filtre dont le diagramme de Bode du gain est donné ci-dessous. Toutes les harmoniques de $u(t)$ passent donc à travers ce filtre. Placer les points correspondant aux gains des 5 premières harmoniques puis conjecturer sur l'expression du signal en sortie de ce filtre.



11) On souhaite désormais extraire l'harmonique de rang 2 de $u(t)$ à l'aide d'un filtre passe-bande. Afin que seul cet harmonique soit extrait, on cherche à ce que le gain pour les autres harmoniques soit inférieur à -40 dB (rappel : -40 dB correspond à une atténuation de 99% de l'amplitude du signal).

11.1 – Dessiner l'allure que doit avoir le diagramme de Bode du gain du filtre

11.2 – On rappelle qu'un filtre passe-bande a une fonction de transfert de type :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \text{avec } Q > 0 \text{ facteur de qualité}$$

A l'aide de Scilab, trouver la valeur de Q qui permet de répondre au besoin.