

Sommaire

Livre I. Arbres et permutations, 5 chapitres, 274 p.

- I1 Prolégomènes (chapitre préliminaire, peut être sauté sans inconvénient)
- I2 Magmas et arborescences (ce chapitre est réellement essentiel).
- I3 Parenthésage et codage polonais (c'est également important).
- I4 Génèse de permutations (introduction au tri et aux combinatoires).
- I5 Combinatoire des permutations.

Livre II. Graphes et cheminements, 6 chapitres, 272 p.

- II1 Généralités, exemples, connexité forte.
- II2 Connexités.
- II3 Chemins hamiltoniens, tripartitions, duels.
- II4 Compléments.
- II5 Graphes, séries formelles, et morphismes.
- II6 Treillis et logiques.

Livre III. Numérique et non-numérique, 7 chapitres, 300 p.

- III1 A propos de quelques modes de représentation des entiers.
- III2 Numérique et non-numérique.
- III3 Sur les tracés de courbes.
- III4 Traçons encore.
- III5 Sur les transformations de fourier discrètes.
- III6 Tracer droit.
- III7 Grand Vrac, pour finir: sons, couleurs, périodes...et autres.

- Avertissement - 2

De quoi s'agit-il ?

Voici donc des compléments d'informatique fondamentale, mathématiques, combinatoires, linguistiques, arbitrairement divisés en trois parties

Livre I : Arbres et Permutations

Livre II : Graphes et Cheminements

Livre III : Numérique et non-numérique

à l'usage d'utilisateurs de ordinateurs.

Il convient de suivre le texte muni d'un crayon et de feuilles de papier, afin de construire arbres, graphes, configurations géométriques, et tout dessin utile à l'intuition. Puis, programmer.

Le livre I, à partir du chapitre 2, traite plus spécialement des fondamentales et omniprésentes structures arborescentes, au sens où l'entendent habituellement les programmeurs. Il n'expose pas nécessairement les représentations informatiques adéquates de ces objets fondamentaux, ce qui est sommairement fait ultérieurement, dans le livre II, mais plutôt, ce qui est en premier lieu le plus important, leurs divers aspects formels et linguistiques. Le livre I traite aussi de la genèse des permutations, de leur lien éventuel avec les structures arborescentes, sous les angles simultanés de la programmation, de la combinatoire énumérative, des preuves bijectives.

Le livre II est plutôt orienté vers les représentations de graphes, surtout les questions de cheminement dans les graphes, une fois encore particulièrement sous l'angle des algorithmes énumératifs.

Le livre III est plutôt une vague tentative de réflexion sur l'ambiguïté de la frontière entre calculs dits numériques et calculs dits non-numériques.

On me pardonnera ces textes. Les bonnes leçons sont orales. Socrate n'a rien écrit. L'apprentissage, processus contraire aux évidences du bon sens, est un effort ingrat qui nécessite échanges, stimulation, travail, compétence, mémoire, intelligence, émotions même, curiosité, sens esthétique, préalablement à tout moyen technique.

Algorithmique et programmation.

L'invention de cet outil, la machine à calculer, ne fait que souligner ce fait qu'il n'est d'autre manière de comprendre le monde que de le mettre en forme, et chacun sait aujourd'hui que les machines à calculer ne manipulent pas des nombres, mais des caractères typographiques, bizarrement comme le vivant, d'ailleurs.

Au-delà des modes du moment, le calcul automatique n'en est qu'à ses débuts.

Le savoir bien étayé repose sur les calculs, formels, et bien interprétés.

S'acharner à comprendre le monde. Tentative désespérée. Mais l'on ne peut répondre qu'aux questions que l'on se pose. On constatera un fait: la résolution de problèmes provoque l'émergence de conjectures nouvelles. C'est ainsi que progressent les connaissances. Nous nous trouvons dans la situation de celui qui, ayant décodé un système, pénètre un espace nouveau, qu'il faut explorer, espace borné à son tour par de multiples portes, et bien qu'il faille faire preuve d'imagination et de persévérance pour en dévoiler tour à tour les nouveaux mystères, rien ne garantit le résultat. Chaque fois que l'on a l'illusion de toucher au but, celui-ci s'éloigne, tel un mirage.

Il n'y a pas de théories closes -lesquelles, se voulant une explication définitive, ne seraient qu'une conception naïve- mais seulement des hypothèses transitoires et incertaines, dont nous nous efforçons de tirer des conséquences momentanées.

Quoi qu'il en soit, comme ce que l'on sait se perd dans l'océan de notre ignorance, il ne s'agit ici que de présenter, dans un désordre certain, quelques problèmes que l'on croit savoir résoudre ou apprivoiser, en demeurant muet sur le reste, dont nous sommes probablement même inconscients, que nous ne savons pas même formuler.

La science se nourrit du mystère qu'elle tente d'éclaircir, bien que celui-ci s'épaississe au fur et à mesure qu'elle progresse. Être capable de s'interroger sur quelques questions pertinentes, à la frontière, c'est déjà beaucoup. C'est dire que la science est inévitablement simplificatrice, ou, comme l'on dit, réductrice. Et c'est précisément là sa force.

Quelques rares exemples de squelettes programmés agrémentent aléatoirement le texte. Ces programmes sont simplifiés à l'extrême, et, arbitrairement, construits sans passer de paramètres. Les identificateurs sont toujours globaux, et, par mauvais esprit, c'est tout à fait intentionnel, particulièrement lors de l'écriture des procédures récursives, ce qui contribue d'ailleurs à en accélérer l'exécution.

- Avertissement - 4

Il y a deux standards principaux, deux styles de programmation: composer des fonctions qui absorbent des entrées, afin de produire des résultats en sortie, ou faire évoluer des automates dans quelque environnement, qu'ils modifient, -et l'on qualifiera de Lamarkiens ceux de ces automates que l'on autorise à être en retour modifiés par l'environnement dans lequel ils évoluent.

Un programme n'est pas une quelconque suite de caractères. Ce doit être un texte intelligent, dont l'interprétation par un méta-programme simule un automate abstrait significatif. Un tel texte est construit dans le but d'engendrer des objets, voulus ou attendus par les observateurs curieux que nous sommes, si bien que les plus petites modifications le rendent généralement inopérant -mais pas toujours, car l'on peut, tel l'expérimentateur distrait, parfois observer des effets inattendus.

Comme en art, comme en science, en programmation aussi le style est important.

Le sens esthétique est un fil conducteur.

Les programmeurs écrivent désormais leur texte comme le font les écrivains: directement, face à l'outil, l'écran et le clavier, pas si mal adaptés à notre vue et nos appendices manuels, car la conception des machines doit tenir compte des capacités des humains, et non le contraire. Bien sûr, il faut préalablement avoir l'idée d'un calcul automatisable, puis maîtriser tel algorithme que l'on désire traduire dans tel langage de programmation, via l'indispensable découpage en procédures fonctionnelles.

On accordera une attention particulière aux langages interprétés -et même sans déclarations- éventuellement spécialisés, permettant une écriture directe, fournissant une réponse rapide, et l'on s'attardera aux découpages astucieux en petites procédures indépendantes.

Chacun sait que la mise au point de programmes se fait ainsi, par succession de modifications, vérifications, exécutions, rectifications, ébauches parmi lesquelles nous abandonnons celles qui ne produisent pas ce que l'on en espère. Si le Darwinisme se révélait exact, et plus encore sous sa forme moderne de copie de texte, dédoublement de l'information, copie et recopie, recombinaisons et production d'erreurs, processus si typiquement informatique, il pourrait s'interpréter comme l'existence d'une nature cruelle, mais pas pressée, expérimentant des combinaisons nouvelles, et, par le jeu des lois de la sélection, observant la cruelle élimination compétitive de celles qui ne fonctionnent pas.

- Avertissement - 5

Le darwinisme fut un choc par l'élimination de dieu comme principe causal, il lui substitue le hasard, mais évidemment sans plus de preuve, considérer le hasard comme un principe causal est aussi arbitraire que l'invocation d'un dieu, et tout aussi inprouvable. Le monde est régi par des principes formels hypothétiques, il s'y conforme ou ne s'y conforme pas, nous ne pouvons rien dire de plus, la réalité expérimentale seule permet de trancher, le reste est affaire de conjectures, la biologie n'y échappe pas, même si quelques dogmes simplistes ont eu du succès, parce que compréhensibles aux esprits simples, qui croyaient en dieu et croient maintenant au hasard. Le darwinisme est constitué de deux axiomes qui résument tout, l'un trivial (ce qui n'est pas compétitif disparaît), l'autre inprouvable (le hasard est le moteur de l'évolution). Il n'y a pas de théorie digne de ce nom.

Rien n'empêche de concevoir le monde comme un énorme programme.

Les principales qualités de sélection d'un programme informatique sont: 1) ça fait ce que l'on veut que ça fasse 2) il n'y a pas trop d'erreurs dissimulées -ça ne plante pas trop!- 3) c'est esthétique, commode à utiliser, confortable, intuitif 4) ça peut évoluer, par greffe de fonctions supplémentaires 5) c'est peu coûteux -voir gratuit-.

Il est utile de conserver au signe d'égalité (=) une signification traditionnelle, statique, qui est celle-ci: l'objet placé à gauche est identique à celui placé à droite. C'est une affirmation, à moins d'être incorporée dans un texte stipulant une question du genre "peut-on trouver deux objets a et b tels que $a=b$ ", ou une hypothèse de travail, "si $a=b$, alors...". Le symbole dit "d'identité", composé de trois traits, est utilisé pour les équivalences et congruences. Tandis que le rangement d'un objet dans un magasin de stockage se représente traditionnellement par le signe d'affectation ($:=$). C'est une action de substitution (remplacer le contenu du magasin de stockage nommé à gauche par l'objet défini à droite), laquelle substitution, dynamique, fait perdre la mémoire de l'objet préalablement stocké sous l'identificateur figurant à gauche. La programmation est un jeu d'adresse(s) qui doit souvent trancher entre deux exigences fréquemment opposées, l'économie de mémoire et l'économie de temps.

Alors que la suite mathématique $c(i)=f(c(i-1))$, habituellement initialisée par la donnée d'un point de départ, $c(0)$, considère en fait un ensemble infini d'objets, pris dans leur totalité, d'où le temps est idéalement évacué, la notation informatique (le programme itératif $C:=f(C)$ sous l'initialisation $C:=c(0)$) est un palimpseste: la mémoire est gommée, afin de pouvoir y inscrire une information nouvelle, sans cesse modifiée: un seul objet y réside, mais de manière transitoire.

- Avertissement - 6

Il existe deux types particulièrement importants, distincts par leurs effets, mais non sans lien, respectueux d'une structure donnée, d'actions sur des collections d'objets, que l'on peut sommairement résumer ainsi:

-agir simultanément sur tous (ce sont ce que l'on appellera des morphismes -et non pas orphismes comme me l'a proposé un correcteur orthographique):

il en va ainsi des structures en abîme, dites autosimilaires, tellement à la mode

-ou énumérer, dans un certain ordre, toutes les manières d'itérer une action qui n'agit que sur un seul objet -au sens algébrique, ce sont des dérivations-: il en va ainsi, par exemple, des grammaires génératives algébriques, dites "de Chomsky".

Les méthodes de calcul se transmettent en dessinant le moins possible d'organigrammes. Une méthode de calcul, c'est initialement une idée, qu'il est préférable d'exprimer tout d'abord en utilisant une langue naturelle, bien qu'il faille ensuite formaliser. Désormais, la forme (mathématique) ne peut plus être indépendante de toute programmation, bien qu'il soit toujours irritant de se plier au style qu'imposent l'état de la technique et les langages dont nous disposons.

Plus rigoureusement encore qu'en mathématique, si c'est possible -et ça l'est vraiment- l'informatique est le lieu où règne la forme et la rigueur, et, du moins pour l'instant, le déterminisme. C'est d'ailleurs le fondement même de la démarche scientifique que de proposer des modèles strictement formels (ils n'expliquent rien: ils se contentent de décrire, et parfois, miracle, de prévoir), de les confronter aux faits expérimentaux, avec lesquels on espère qu'ils soient compatibles, du moins à une certaine échelle.

L'informatique est désormais, au coeur de cette démarche, omniprésente.

Évolution.

Il est cependant de fait que les langages de programmation et de manipulation de systèmes, ainsi que ceux de description de documents, deviennent de plus en plus des conventions aux mains de firmes dont les positions de monopoles s'accroissent.

Ainsi se précise le danger pour la masse des informaticiens d'être réduits à l'état de techniciens, servants stériles de puissances commerciales. Je ne vise pas là seulement le mercantilisme, mais ce que l'on observe, plus profondément: cette difficulté croissante à distinguer les conventions techniques des faits scientifiques.

- Avertissement - 7

Simultanément, le temps de la sérénité se perd, du fait de l'inflation d'échanges d'informations insignifiantes et manipulables, en proportion de leur volume croissant, au détriment de la réflexion, laquelle demande approfondissement, beaucoup de temps perdu, effort, persévérance, détachement des modes. Facilité et rapidité, qui caractérisent les moyens de communication nouveaux, ne font pas bon ménage avec la réflexion nécessaire à l'acquisition de compétences scientifiques.

Un moyen pour contourner cet écueil: continuer, dans l'enseignement, à privilégier le support traditionnel qu'est le livre, et ne pas se contenter d'y avoir recours dans un but strictement utilitaire. La civilisation est naturellement conservatrice.

Elle s'appuie sur son histoire, et c'est la seule manière de la renouveler, tandis que la barbarie détruit, nie l'histoire, la trafique. Bibliothèques spécialisées et musées demeurent le support honnête et nécessaire de notre mémoire.

Que vivent les supports qui résistent au temps! Il se trouve que l'impression sur papier, technique dit-on inventée en chine, a perduré en europe de Gutenberg - milieu du xv-ième siècle- à maintenant, soit durant environ cinq siècles. Cette pérennité est remarquable, tandis que le support informatique, comme nous l'avons constaté, ne dure que quelques années; le temps que la technique évolue, que les appareils vieillissent, et le tout finit dans les poubelles. On peut parier que cela va continuer. La pérennité, pour l'instant, c'est encore le papier.

Les scientifiques utilisent désormais beaucoup d'outils techniques, tandis que les développements scientifiques entraînent, en retour et souvent sans délai, des applications. Durant la seconde moitié du vingtième siècle, informatique et biologie en furent de parfaites illustrations.

La connaissance et la compréhension structurée du monde permettent d'agir et de produire des outils, eux-même ensuite indispensables à l'approfondissement des connaissances. Ce mouvement de va-et-vient s'est accéléré.

Entre science et technique, deux jumelles de la modernité, l'informatique a un temps occupé une place ambiguë. Perçue tout d'abord, bien à tort, par ceux dont la vue était si courte, comme simple outil technique, elle se constitue en science majeure, proposant un modèle formel, d'abord utile, puis nécessaire, et finalement indispensable à la compréhension du monde.

En ce sens, elle induit une philosophie purement spéculative, même si tous les informaticiens ne sont pas alignés sur les mêmes positions.

- Avertissement - 8

Curieusement, fait qui fut si tardivement perçu par les mathématiciens eux-mêmes, et non sans résistances -hélas, ce fut le cas surtout en France- l'ordinateur est un outil puissant, permettant des investigations expérimentales dont nous commençons seulement à entrevoir les possibilités.

Comment ne pas voir que ce modèle n'est pas contraire aux idéaux hypothético-déductifs de l'antiquité grecque, ni à ceux de Hilbert (et non pas Gilbert comme le propose un correcteur orthographique), Gödel, ou même du monstre polycéphale, Bourbaki. Tout au contraire, outil d'une continuité, il en est le produit, les précise, les prolonge d'une manière magistrale, permettant enfin de les mettre en oeuvre.

Nous avons donc fait l'hypothèse réductrice que l'utilisation des machines à calculer et de leurs périphériques à venir appartient au domaine des mathématiques déterministes, fussent-elles considérées comme appliquées.

C'est dire que se développe aussi une science expérimentale au sein même du corps des mathématiques, ce qui finalement nous occupe, ce que nos maîtres, hier, ont aveuglément méprisé, ouvrant une voie royale à des dominations très américaines, qui n'avaient pas les mêmes scrupules.

Grâce aux moyens de calcul, et face aux insuffisances criantes de la théorie, les programmes de simulation se sont développés. Vint alors le moment où ceux-ci permirent de mettre en évidence des phénomènes devant lesquels bien des mathématiciens, même français, demeurèrent muets, souvent incroyables, méprisants même. Vous constaterez que les premiers programmeurs eurent un peu plus d'humour. Pourvu que ça dure!

Il est par ailleurs frappant de constater que

non seulement les techniques et les sciences du calcul -par exemple la théorie des automates et des langages formels, initialement érigée par des probabilistes- se sont développées de manière concomitante aux techniques et sciences de la biologie,

mais encore que les fondements de la biologie moderne, le décryptage, dans les années cinquante, du code génétique comme support strictement typographique de l'information nécessaire à la reproduction, au développement, et au fonctionnement des êtres vivants, et ce qui s'en est suivi, c'est-à-dire le modèle de la glorieuse cellule vivante comme stupéfiante et minuscule usine, complexe automatisé,

- Avertissement - 9

avec ses centrales énergétiques, les mitochondries, ses usines d'assemblages, les ribosomes, ses stations d'épuration, les lysosomes- obéissant à un programme intégré, quasi-auto-reproducteur, et même, ce n'est pas le moindre, mais c'est ce qui pose le plus de questions, générateur de nouveautés si imprévues qu'elles en paraissent aléatoires,

font que le cadre formel à l'intérieur duquel la biologie se construit est, depuis, spectaculairement calculatoire et informatique. Par exemple, déjà des dizaines de maladies génétiques identifiées concernant les seuls lysosomes, perturbant de diverse manière le fonctionnement de ces automates complexes que sont les cellules. Il est faux que l'humanité progresse en copiant la nature. Conception bien naïve. L'humanité ne progresse qu'en s'opposant à l'inhumaine nature.

Pas de roue dans la nature, pas de métallurgie, pas de moteur à explosion, ni ordinateur ni téléviseur, pas d'avion qui tient l'air en copiant le vol des oiseaux, aucune mine de théorèmes. Copier ne mène à rien, il faut inventer.

Il a fallu procéder de manière axiomatique, imaginer des hypothèses, en déduire des conséquences, les confronter aux résultats d'astucieuses expériences, si ambiguës et si malaisées à interpréter, fonder des théories, formelles et, surtout, jetables.

Lorsque Pasteur fabrique un vaccin contre la rage, dont il n'a jamais vu l'agent causal (qui ne fut identifié, grâce au microscope électronique, que vers le milieu du vingtième siècle, par un japonais), c'est le produit d'intuitions exceptionnelles converties en hypothèses simples et formelles, étayées d'expériences itérées, sans cesse imaginées, tellement il se méfie de ce qu'il voit. Il étaye ses convictions, les axiomatise, et finalement, il en résulte miraculeusement une capacité de prévision. Cependant, lorsqu'il démontre, en 1881, à Pouilly-le-fort, en deux jours, l'efficacité de la vaccination des moutons contre la maladie du charbon, c'est dû au travail d'une collectivité, c'est que Emile Roux a préparé le vaccin, selon les méthodes utilisées par Greenfield et Toussaint l'année précédente, et l'histoire ne retient que le nom de Pasteur, car l'on ne prête qu'aux riches, et seule la médiatisation compte.

La géométrie n'est pas la simple description de l'espace physique, l'algèbre s'est séparée des nombres concrets, et les infinis qui gouvernent les mathématiques ne se rencontrent pas au coin de la rue. Bizarrement, si les mathématiques ont induit si peu d'applications pratiques, des siècles durant, il n'en va plus de même. Désormais, elles ne cessent de régner sur les techniques.

- Avertissement - 10

Vous ne pourrez éviter que l'on vous pose la question du rapport au calcul formel informatisé de mystérieuses notions très floues, comme celle d'intelligence. Si vous faites de l'informatique, vous ne pourrez éviter de vous heurter à des questions sans réponse qui concernent aussi la biologie. La stupidité consiste à imposer de choisir entre deux hypothèses méthaphysiques, celle de l'existence des dieux, et celle des philosophes darwiniens, postulant que seul le hasard est le moteur de l'évolution. Deux hypothèses, au fond équivalentes, et d'ailleurs également invérifiables. Devant l'improbable émergence de la vie sur la terre, certains essaient de mesurer cette faible probabilité. Tentative vaine, car nous pouvons postuler à notre tour qu'elle est rigoureusement nulle, que la réalité est de probabilité strictement nulle.

Alors que nos machines à calculer sont des automates finis, la réalité peut se concevoir comme un complexe immergé, et réalisé, dans quelque infini des possibles.

Pas de réponse, non plus, à propos de constructions mathématiques, à la lancinante et naïve question: "à quoi cela sert-il ?". Nous n'en savons rien.

Bien que les programmes de simulation se multiplient, dans tous les domaines, ils se heurtent à des difficultés considérables, dès la représentation même des objets dont on veut simuler la forme et l'évolution. En biologie moléculaire, par exemple, la représentation spatiale non-ambigüe des molécules -et spécialement celle des protéines- géométrie dont on sait l'importance depuis le cristallographe qu'était Louis Pasteur tentant la synthèse de la vie, c'est un problème très actuel.

Les techniques du moment font un grand usage de suites de caractères, et des omniprésentes structures arborescentes. Cette contrainte radicale, de devoir tout représenter, matériellement -ou abstraitement- par des suites de caractères typographiques, a induit une école d'informatique théorique qui est précisément centrée sur l'étude des propriétés combinatoires des suites de caractères.

Ce qui suit peut être considéré comme une douce incitation en direction de ces disciplines, formellement de tendance linguistique, au sens large.

Bien que les structures mathématiques utilisées soient dans l'ensemble simples et même, peut-il sembler, très primitives, les problèmes soulevés n'en sont pas moins extraordinairement difficiles. Autrefois, les combinatoriciens se préoccupaient, de temps à autre, de compter.

- Avertissement - 11

Désormais, sous l'aiguillon de la technique informatique, cela ne suffit pas, il faut préalablement engendrer. C'est la mission première confiée à la linguistique combinatoire: représenter (coder), ordonner, et énumérer, avant même que de dénombrer et transformer. Voilà un état d'esprit exigeant et relativement nouveau, et aussi une manière d'aborder les probabilités et les statistiques. Nous nous plaçons là résolument dans une perspective où le hasard n'existe pas. En postulant délibérément que tout est déterminé, nous supposons que l'aléatoire physique ou biologique est soit l'effet de processus dont nous ignorons le déterminisme, soit la propriété de fonctions suffisamment chaotiques pour que nous ne sachions pas vraiment les analyser. C'est une position métaphysique.

Les machines à calculer digitales ont un gros avantage: les programmes sont en général déterministes: soumises aux mêmes données initiales, les récurrences définies par tel programme calculent la même suite d'états, à condition toutefois de procéder avec rigueur, le même nombre de chiffres significatifs, les mêmes procédures de service, telles les troncatures et arrondis, etc...

Les bons programmes se devraient d'être portables, universels, en ce sens que le résultat ne devrait pas dépendre du calculateur sur lesquels ils sont exécutés. Au minimum, qu'ils s'adaptent, automatiquement, à la résolution de la machine sur laquelle ils sont exploités. Le calcul digital étant d'un déterminisme absolu, les pseudos-hasards engendrés risquent d'être perçus comme des artefacts.

Nous l'avons déjà souligné: la croyance au Hasard comme moteur de phénomènes physiques, chimiques, ou biologiques est une position métaphysique. Ces concepts sont hors du champ scientifique, et ce serait un postulat improductif que de considérer le hasard comme une cause. D'ailleurs, les probabilités et statistiques ne disent rien sur le hasard: elles se contentent d'évaluer les tailles relatives des parties d'un ensemble, classées selon quelque propriété. C'est de cette manière que nous considérerons, modestement, par exemple, le classement, l'énumération, le dénombrement statistique de permutations et d'arborescences.

Le fait que la technologie actuelle privilégie un système de numération particulier n'est pas sans effet sur certains résultats produits. C'est une des raisons pour laquelle on observera avec circonspection les résultats produits par des calculs menés en représentation flottante.

- Avertissement - 12

Insistons: ne pas perdre de vue qu'un programme déterministe n'est en principe, si l'on n'y introduit pas de phénomène pseudo-aléatoire, que l'itération, à partir d'un état initial, d'une application d'un ensemble fini dans lui-même. Si aucun phénomène physique perturbateur, accidentel -imprévisible ou qualifié d'aléatoire- n'intervient au décours du calcul automatisé (comme, par exemple, la lecture d'une tension électrique erratique), toute suite calculée est ultimement périodique, et l'observation de cette période par un méta-programme signe nécessairement la limite du calcul (la période est souvent le résultat même du dit calcul).

En ce sens, toute exécution de programme converge vers un ensemble fini.

Il n'est guère traité ici de la structure des ordinateurs.

Ce n'est pas notre propos, bien que l'on convienne qu'il soit tout aussi important de connaître ce qui constitue les machines que de savoir les utiliser. De même que l'entomologiste peut disséquer les insectes, ou se contenter d'observer leur comportement, vous pouvez réduire les machines à calculer à leurs composants, ou observer l'usage qui en est fait. Il y a d'ailleurs une éthologie de l'informatique -et des informaticiens-.

Quelques dégâts.

On se méfiera de l'usage d'anglicismes mal compris, si fréquent désormais, et même source d'égarements épistémologiques. Je ne puis m'empêcher de penser à l'utilisation du mot "falsifiable", emprunté à Karl Popper. Dans ce méchant jargon, on qualifie une théorie de "non falsifiable" pour signifier qu'elle n'est pas scientifique parce qu'elle qu'elle n'est pas réfutable. On enfonce des portes ouvertes. En effet, chacun sait que le propre des théories scientifiques est d'être transitoires: on convient qu'elles peuvent être démenties à tout moment, et, de fait, elles le sont à un moment ou un autre. Le destin des dogmes est de s'effondrer.

En biologie les dogmes s'effondrent constamment. Tandis que les croyances ne se réfutent pas. Il a été dit que la science exigeait l'expérimentation, et qu'elle devait prédire. Elle a aussi soif de rigueur, plus que de bons sens. Parce que des théories imaginées et confrontées aux faits expérimentaux produisent des résultats contraires au sens commun. C'est pourquoi la démarche rationnelle cherche à étayer nos convictions, par des preuves, et les prédictions sont confrontées à la réalité. C'est son honneur, de ne pas se satisfaire de croyance voulues irréfutables.

- Avertissement - 13

Constaté que les dogmes évoluent, c'est souligner le fait que les preuves et prédictions produites par les sciences n'ont de valeur qu'à l'intérieur d'un système formel que l'on peut convoquer ou révoquer, plus distinct de la réalité qu'il n'en serait la copie.

Les disciples de Freud expliquent le monde par la sexualité, ceux de Marx par l'argent, ceux de Darwin par le hasard, les religions par les dieux, les informaticiens par les automates. Tous les dogmes ont engendré, et engendreront sans doute, leur lot d'abominations.

Jusqu'à ce jour, les mathématiques dépendaient peu de l'expérimentation mécanique; l'émergence de puissantes machines à calculer change cela.

Bien que les explications scientifiques soient tout aussi mystérieuses et miraculeuses que les explications mythologiques, elles ont l'avantage -ou l'inconvénient, c'est selon- d'être jetables, du fait que, confrontées d'une part à l'expérimentation et d'autre part à la cohérence de systèmes formels, elles évoluent sous cette double impulsion. Leur puissance réside dans ce fait qu'elles ne sont des vérités ni révélées ni absolues, mais, répétons le, relatives et transitoires.

On réfléchira à la curieuse corrélation qui peut exister entre la conception du droit dans telle société et l'état de l'esprit scientifique. En ce qui concerne ces deux domaines -que l'on pourrait imaginer sans lien- on peut cependant comparer la rigueur de la recherche de la preuve à la rigueur des efforts pour éliminer les contradictions sociales et les injustices. Dans les deux cas, on se préoccupe d'hypothèses et de vérité, on recherche des preuves afin d'étayer des certitudes rongées par le doute. Le défaut de rigueur, le mépris dans l'application des lois, s'accompagnent de l'arbitraire administratif ordinaire, générateur de haine, lequel est le signe le plus sûr du retour de tyrannies qui toujours nous menacent. Hélas, les ordinateurs sont un puissant moyen au service d'un pouvoir gestionnaire, destructeur de consensus, si bien que la corruption des esprits peut apparaître comme le seul moyen d'y échapper. Nous voici incertains: peut-être sommes nous menacés par le règne de la sauvagerie technique et bureaucratique, qui est l'exclusion de la science et de l'ordre légal. A cette époque où nous voyons des politiciens automatisés incapables d'exposer sans lire leurs papiers, nous ne sommes plus que des numéros.

- Avertissement - 14

Devons nous, fuite en avant, placer quelque espoir dans le règne des ordinateurs, désormais également capables eux aussi de lire et de parler ? Certes non; puisqu'ils sont plus périssables que toute autre technique, nos fichiers digitalisés ne traverseront pas les siècles. Tandis qu'à Versailles une horloge construite en 1746 fonctionne sans discontinuer. En ce temps où il devient si difficile de dialoguer avec des bureaucrates autistes, qui usent de pouvoirs administratifs arbitraires, irresponsables, désordonnés et dysfonctionnants, la tentation est forte de préférer être gouvernés par des machines. Celles-ci ne se révéleraient-elles pas encore plus obtuses? Ou, d'une certaine manière, ne gouvernent-elles pas, déjà ? Les informaticiens en sont en tout cas, pour une part, responsables, eux qui sont les servants des machines. Ils ne sont pas dispensés d'une réflexion sur l'état du monde, et de l'usage qui est fait, par ceux qui prétendent gérer au nom de tous, du puissant outil qu'ils servent.

Comme disait Léo Ferré, Einstein s'amuse avec des équations, et nous les prenons sur la gueule. De la manière même que les biologistes ne peuvent se désintéresser de l'usage qui est fait de leurs trouvailles. Or, nous sommes à l'ère où le pouvoir de contrôle, d'oppression, de délation, dont disposent les états, devient considérable, du fait de ces moyens techniques confisqués, dont ils useront et abuseront inévitablement, soyons en sûrs, aux mains de partis constitués en mafias qui se parent de la loi. Comme le dit l'écrivain italien Claudio Magris, nous sommes les premiers à avoir le sentiment de vivre mieux que les générations passées, mais également mieux que les générations à venir.

Le qualificatif scientifique a été interprété, détourné, dévoyé par des disciplines qui n'en relèvent nullement. On s'interrogera avec profit sur le statut scientifique de la mathématique et de l'informatiques, à l'aune de la formalisation, de l'expérimentation, de la rigueur, de la prévision. Sur la valeur et la portée des preuves. Une discipline dite scientifique ne consiste pas exclusivement en la méthode: encore faut-il que l'objet même de nos préoccupations soit susceptible d'étude rigoureuse, car les charlatans peuvent appliquer quelque méthode stricte et formelle à tout, et à n'importe quoi, à l'ésotérisme et à la divination.

Terminons.

L'investigation du monde physique devient plus en plus éloignée de nos intuitions au fur et à mesure de son exploration en direction du tout petit (la mécanique quantique) ou du très grand (la cosmologie).

Nous demeurons à un niveau d'intuition bien plus banal.

Ces trois parties, trace de ce qui ne fut qu'un support de cours à l'usage de futurs informaticiens, représentent un ensemble serré d'environ huit cent pages. On voudra bien me pardonner d'éventuelles répétitions -lesquelles peuvent malgré tout avoir un intérêt pédagogique- mais surtout les inévitables erreurs, fussent-elles d'inattention.

J'insiste sur le fait qu'il ne s'agit pas d'un livre structuré avec rigueur, mais plutôt d'une collection hétéroclite de sujets utilisés en cours, d'exercices, de suggestions, anacoluthes entremêlés, qui ne remplaceront nullement un cours rigoureux, ni de mathématiques, ni de combinatoire, ni de linguistique, ni d'informatique pratique. Le prendre comme un outil de travail, au carrefour de ces disciplines.

Initialement saisi et programmé avec des moyens minimaux sur une machine Atari, une part de ce texte a ensuite été artisanalement et malaisément porté, puis augmenté, sur une machine Apple-Macintosh. Bien que relue, cette première transcription a bien dû laisser passer des erreurs. S'il n'y a pas de table des matières, c'est que ce support fut un objet vivant constamment évolutif, constitué de sédiments successifs, et sans doute criblé d'erreurs en tous genres.

En voici la trace, chiasmes par endroit cohérents, et à d'autres erratiques.

Finalement, du vrac, à l'usage de ceux qui aiment, avec des exercices, très mélangés, et de difficultés extrêmement variable, du plus simple au plus compliqué. Un outil de travail, désordonné. Certains thèmes sont largement développés, d'autres à peine effleurés, ou seulement suggérés. Beaucoup d'exercices, divers, sont souvent totalement résolus, parfois seulement esquissés ou suggérés, d'autres étant seulement l'occasion de faire état de conjectures qui résisteront encore longtemps

Les deux acronymes suivants seront utilisés, et éventuellement rappelées dans le cours du texte:

- càd signifiera "*c'est-à-dire*" (en place de la locution latine i.e.)

- ssi signifiera "*si et seulement si*"

- Avertissement - 16

Enfin, attirons l'attention sur ceci:

(i,j) sera souvent la simple notation *du coefficient binomial* $n! / (i!j!)$, nombre de bipartitions d'un ensemble de $n=i+j$ éléments en un couple de deux parties de i et j élément, nombre interprété comme comptant les mots du mélange d'un mot de i lettres et d'un mot de j lettres;

les nombres de catalan seront généralement initialisés par $c(1)=1=c(2)$, lorsqu'ils dénombrent les arbres binaires ou les mots polonais, et parfois par $c(0)=1=c(1)$ lorsqu'ils comptent les mots de parenthèses. Il aurait certainement été utile d'introduire les apocopes $Cat(1)=1=Cat(2)$ et $Bin(i,j)=(i+j)! / (i!j!)$.

$[n]$ notera l'ensemble $(1,2,\dots,n)$ naturellement ordonné des entiers de 1 à n .

$[0,n]$ notera l'ensemble $(0,1,2,\dots,n)$ naturellement ordonné des entiers de 0 à n .

Par exemple la notation $D=(e, r, srr, rr\dots)$ désignera un ensemble ordonné et $D=e+ r+ srr+ rr\dots$ une série formelle.

En ce qui concerne les suites d'entiers, si présentes,
vous consulterez avantagement, à chaque occasion, la référence imprimée

"The encyclopedia of integer sequences",
le dictionnaire de Sloane et Plouffe de 1995, suite du livre de 1973 de N.J.A.Sloane
"A Handbook of Integer Sequences"
et surtout, désormais, la référence électronique,

" the On-Line Encyclopedia of Integer Sequences",

l'impressionnante, volumineuse bible structurée de données en ligne, accessible à tous de par le monde, que nous livre Neil Sloane (est-il Prométhée ou Sisyphe ?), qui y a consacré sa vie, laquelle base enflé journallement, et dangereusement peut-être, mais stimule la réflexion, et incite à un constant travail de synthèse,

puisque la quantité finit par en modifier la qualité.

- Avertissement - 17

Cette base de données était hébergée par la compagnie américaine American Telephone and Telegraph. En cette fin d'année 2001, nous apprenons que ce relatif mécénat est menacé. Nous sommes dans l'attente de ce qui va advenir de cette base...et de Sloane lui-même.

Les personnes curieuses de propriétés baroques des nombres (particulièrement des entiers) consulteront au moins une fois avec profit quelques vieilleries comme le petit catalogue précurseur édité en 1983, et rédigé en français, ce qui devient rare, des remarquables François Le Lionnais et Jean Brette, "Les nombres remarquables", compilation d'une vie. Les vieux livres d'Edouard Lucas (vers 1890, dont la postérité est principalement américaine, Lucas a été "notoirement méconnu"), également des vieilleries en bon français, livres relatifs à l'arithmétique, à la combinatoire, et aux distractions mathématiques, n'ont rien perdu de leur fraîcheur, et bien que le monde ait changé, ils demeurent utiles à l'enseignement, du fait même, sans doute et surtout, de leur style obsolète. Si vous vous voulez plus moderne, consulter des sites comme Mathworld (sorte d'encyclopédie mathématico-combinatoire), ou Mathpuzzle (journal d'actualités bizarres et variées), et bien d'autres, référencés par ceux-ci, évidemment quasi-exclusivement, hélas, en langue anglaise. Adressons nous cependant à ceux qui n'ont pas encore abandonné la langue française, scientifiquement en voie de disparition. Ils avaient une belle langue, et ils l'ont trahie. Si la colonisation est d'abord culturelle, c'est qu'elle sonne le glas d'une civilisation qui ne croit plus en elle. A l'heure de la paradoxale promotion des langues régionales, comment penser que la France soit capable de défendre ses intérêts vitaux, puisqu'elle n'est pas même capable de défendre sa propre langue chez elle, puisque ses scientifiques ne publient pas en français, puisque certaines de ses régions prétendent exclurent la langue française de leurs écoles.

Les élites ne peuvent servir leur peuple qu'en s'incorporant la science, de manière quasi obsessionnelle, ce qui ne peut se faire pour chacun qu'en la pensant dans sa langue maternelle, en instruisant son peuple tout d'abord dans sa langue maternelle; c'est particulièrement facile en ce qui concerne les concepts mathématiques, dont les idées sont universelles, dont le vocabulaire peut et doit se recréer, avec imagination, en toute langue. Seul le langage ordinaire permet d'exprimer et d'enchaîner les idées, de transmettre les algorithmes au plus grand nombre.

- Avertissement - 18

Seule une langue maîtrisée et polie au contact des bons auteurs permet une bonne mise en forme, préalable nécessaire à la bonne automatisation des calculs.

Mes remerciements vont à ceux qui m'ont encouragé dans ces rédactions.

Je me suis toujours efforcé à la simplicité.

Que risquent les idées compliquées, sinon d'être tout simplement inutiles ?

Que risquent les idées simples, sinon d'être simplement fausses ?

Claude Lenormand.