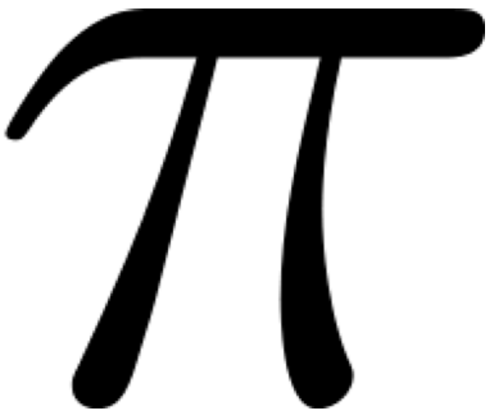
Différence Phi 22/7 et 3 14

Le **nombre π** [parfois écrit **pi**] est une constante en mathématiques qui est le rapport de la circonférence d’un cercle à son diamètre. La valeur π en 20 décimales est 3,14159265358979323846. De nombreuses formules en mathématiques, en sciences et en ingénierie utilisent π, ce qui en fait l’une des constantes mathématiques importantes. π est un nombre irrationnel, ce qui signifie que la valeur de π ne peut pas être exprimée dans la division des entiers [généralement une fraction de 22/7 est utilisée comme valeur de l’approche π; mais en fait aucune des fractions ne peut représenter exactement la même valeur que la π.] Par conséquent, la représentation décimale de π ne se terminera jamais et n’aura jamais un certain modèle de nombre permanent. Les chiffres décimaux π semblent être distribués de manière aléatoire, bien que cela n’ait pas été prouvé jusqu’à présent. π est un nombre transcendantal, c’est-à-dire un nombre qui n’est la racine d’aucune polynomie non nulle qui a un coefficient rationnel. La transcendance de π a des implications pour l’impossibilité de résoudre d’anciennes énigmes mathématiques « quadratiques en utilisant uniquement le terme et la règle ».



Symbole Pi, π.

Depuis des milliers d’années, les mathématiciens tentent d’élargir leur compréhension des nombres π. Cela se fait parfois en calculant la valeur du nombre π avec une très grande précision. Avant le 15ème siècle, des mathématiciens tels qu’Archimède et Liu Hui utilisaient des techniques géométriques basées sur des polygones pour estimer la valeur de π. À partir du 15ème siècle, de nouveaux algorithmes basés sur des séries infinies ont révolutionné le calcul des valeurs π. Cette méthode a été utilisée par divers mathématiciens tels que Madhava de Sangamagrama, Isaac Newton, Leonhard Euler, Carl Friedrich Gauss et Srinivasa Ramanujan.

représentations décimales π à plus de 10 billions [1013] chiffres. [1] L’application des nombres π en science ne nécessite généralement pas plus de quelques centaines de chiffres décimaux π et même moins. La principale motivation de ce calcul est de trouver un algorithme plus efficace pour calculer de longues chaînes de nombres tout en battant des records. [2] [3] Des calculs approfondis comme ceux-ci sont également utilisés pour tester les capacités des superordinateurs et des algorithmes de multiplication de haute précision. En 1973, l’homme a réussi à trouver 1 million de chiffres décimaux à partir de π.

Puisque la définition de π se rapporte aux cercles, pi se trouve dans de nombreuses formules trigonométriques et géométriques, en particulier celles concernant les cercles, les ellipses et les sphères. π se retrouve également dans les formules d’autres domaines de la science tels que la cosmologie, la théorie des nombres, les statistiques, les fractales, la thermodynamique, la mécanique et l’électromagnétisme. L’existence d’une π très commune en fait l’une des constantes mathématiques les plus connues, tant à l’intérieur qu’à l’extérieur des cercles scientifiques. En témoignent plusieurs publications de livres qui discutent de ce nombre, de la célébration du jour Pi et de rapports détaillés où le calcul des chiffres π réussi à battre le record de calcul. Certaines personnes ont même essayé bruyamment de mémoriser la valeur des nombres π avec un record de 70 030 chiffres [Suresh Kumar Sharma, Inde].

Le symbole utilisé par les mathématiciens pour représenter le rapport entre la circonférence d’un cercle et son diamètre est la lettre grecque « π ». La lettre peut être écrite comme pi en utilisant des lettres latines. [4] Les lettres minuscules π [ou π dans le style sans empattement] sont différentes des lettres majuscules π, qui représentent la multiplication des lignes.

La sélection des symboles π abordée dans la section L’utilisation des symboles π

Définition

La circonférence du cercle est légèrement plus longue que trois fois la longueur de son diamètre. Le rapport entre la circonférence d’un cercle et son diamètre est appelé π.

π est généralement définie comme le rapport de la circonférence d’un cercle C à son diamètre d:[5]

π = C d {\displaystyle \pi ={\frac {C}{d}}} grande, de sorte que la valeur du rapport C / d restera la même. Cette définition de π utilise implicitement la géométrie d’Euklides. Bien que l’idée d’un cercle puisse également être étendue à la géométrie non-Euklides, le nouveau cercle ne répondra plus à la formule π = C/d. [5] Il existe également une autre définition de π qui ne mentionne pas du tout de cercle, à savoir : π est un nombre qui est deux fois le plus petit nombre positif x où cos[x] est égal à 0. [5] [6]

Caractéristiques

π est un nombre irrationnel, ce qui signifie qu’il ne peut pas être écrit comme le rapport de deux entiers. [7] Parce que π irrationnelle, elle a un nombre infini de chiffres décimaux. Il y a des preuves que π irrationnelle. Généralement cette preuve nécessite un calcul et repose sur la technique de la reductio ad absurdum. La mesure dans laquelle π nombres peuvent être approchés à l’aide de nombres rationnels est inconnue. [8]

Étant donné que π nombres transcendantaux, l’alignement des cercles n’est pas possible en utilisant des termes et des règles.

π est un nombre transcendantal, ce qui signifie qu’il ne s’agit pas d’une solution d’une polynomie non constante rationnellement efficace telle que x 5 120 − x 3 6 + x = 0. {\displaystyle \scriptstyle {\frac {x^{5}}{120}}\,-\,{\frac {x^{3}}{6}}\,+\,x\,=\,0.} [9] La transcendance π a deux conséquences importantes. Tout d’abord, π ne peut être exprimé en utilisant aucune combinaison de nombres rationnels et de racines carrées ou de racines de n-ième puissance telles que 31 3 {\displaystyle \scriptstyle {\sqrt[{3}]{31}}} ou 10 2 . {\displaystyle \scriptstyle {\sqrt[{2}]{10}}.} Deuxièmement, puisqu’aucun nombre transcendantal de quelque nature que ce soit ne peut être construit à l’aide d’un terme et d’une règle, il n’est pas possible de « segmenter un cercle ». En d’autres termes, il n’est pas possible de construire un carré dont l’aire est égale à l’aire d’un cercle particulier en utilisant uniquement un terme et une règle. [10] L’alignement des cercles était l’un des puzzles géométriques les plus importants de l’ère classique. [11] Les mathématiciens amateurs des temps modernes essaient encore parfois de segmenter les cercles et prétendent les avoir complétés avec succès, bien que l’on sache que cela n’est pas possible. [12] [13]

Les chiffres π n’ont pas de modèles et ont réussi des tests statistiques aléatoires, y compris des tests de normalité; un nombre de longueurs infinies est dit normal lorsque toute la rangée de chiffres apparaît tout autant. [14] L’hypothèse selon laquelle π est normale n’a pas analysé en détail les chiffres décimaux de π et les a trouvés conformes à la normalité. Aucune preuve de dix chiffres de 0 à 9 n’a été trouvée pour avoir des modèles. [15] Bien que les chiffres π aient passé avec succès des tests statistiques aléatoires, π contiennent plusieurs lignes de chiffres apparemment non aléatoires, par exemple le point de Feynman, qui est une rangée de six nombres consécutifs 9 commençant à partir de la 762e décimale π. [16]

Fragments continus

La constante π présentée sous forme de mosaïque à l’extérieur du bâtiment des mathématiques de l’Université technique de Berlin.

Comme tous les autres nombres irrationnels, π ne peuvent pas être représentés comme de simples fractions. Pourtant, tout nombre irrationnel, y compris π peut être représenté à l’aide d’une série de fragments imbriqués infinis appelés fractions continues:

π = 3 + 1 7 + 1 15 + 1 1 + 1 292 + 1 1 + 1 1 + 1 1 + ⋱ {\displaystyle \pi =3+\textstyle {\frac {1}{7+\textstyle {\frac {1}{15+\textstyle {\frac {1}{1+\textstyle {\frac {1}{292+\textstyle {\frac {1}{1+\textstyle {\frac {1}{1+\textstyle {\frac {1}{1+\ddots }}}}}}}}

L’arrêt des fractions continues à n’importe quel point de division fournira la valeur de l’approche π; deux fractions de 22/7 et 355/113 ont historiquement été utilisées comme approche pour π. Bien que les fractions continues simples [comme dans l’exemple ci-dessus] pour π n’aient pas certains modèles[17], les mathématiciens ont trouvé des fractions continues généralisées qui ont certains modèles, par exemple:[18]

π = 4 1 + 1 2 2 + 3 2 2 + 5 2 2 + 7 2 2 + 9 2 2 + ⋱ = 3 + 1 2 6 + 3 2 6 + 5 2 6 + 7 2 6 + 9 2 6 + ⋱ = 4 1 + 1 2 3 + 2 2 5 + 3 2 7 + 4 2 9 + ⋱ {\displaystyle \pi =\textstyle {\cfrac {4}{1+\textstyle {\frac {1^{2}}{2+\textstyle {\frac {\frac {3^{2}}{2+\textstyle {\frac {\frac {5^{2}}{2+\textstyle {\frac {7^{ 2}}{2+\textstyle {\frac {9^{2}}{2+\ddots }}}}}}}}}}=3+\textstyle {\frac {1^{2}}{6+\textstyle {\frac {3^{2}}{6+\textstyle {\frac {5^{2}}{6+\textstyle {\frac {7^{2}}{6+\textstyle {\frac {5^{2}}{6+\textstyle {\frac {5^{2}}{6+\textstyle {\frac {7^{2}}{6+\textstyle {\frac {5^{2}}{6+\textstyle {\frac {5^{2}}{6+\textstyle {\frac {7^{2}}{6+\textstyle {\frac {7^{2}}{6+\textstyle {\frac {rac9^{2}}{6+\ddots }}}}}}}}=\textstyle {\cfrac {4}{1+\textstyle {\frac {1^{2}}{3+\textstyle {\frac {2^{2}}{5+\textstyle {\frac {3^{2}}{7+\textstyle {\frac {4^{2}}{9+\ddots }}}}}}}} }

Approche/valeur estimée

- **Entier :** 3
- **Fractions : Les approches fractionnaires** comprennent : [triées par incrément de précision] 227, 333106, 355113, 5216316604, 10399333102 et 24585092278256779. [19] [Extrait de A063674 et A063673.]
- **Décimal** : Les cinquante premières décimales sont 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510... [20] A000796
- **Binaire** : L’approche de base de 2 à 48 chiffres est de 11,001001000011111101101010100010001000010110100011...
- **Hexadécimal** : L’approche de base à 16 à 20 chiffres est de 3 243F6A8885A308D31319... [21]
- **Sexagésimal**: L’approche de base à 60 à cinq chiffres du sexagésimal est 3;8,29,44,0,47[22][n 1]

Les nombres complexes et l’identité d’Euler

L’association entre e {\displaystyle e} la puissance des nombres imaginaires et des points sur un cercle unitaire centré sur le point central dans le plan complexe est exprimée par la formule d’Euler.

Un nombre complexe, disons z {\displaystyle z} , peut être exprimé à l’aide de paires de nombres réels. Dans le repère polaire, le rayon [noté r {\displaystyle r}] est utilisé pour exprimer la distance z {\displaystyle z} du point central au centre du plan complexe, tandis que l’angle [noté φ {\displaystyle \varphi }] représente la rotation dans le sens inverse des aiguilles d’une montre de la ligne de nombre réel positif:[23]

z = r · [cos φ + i sin φ] { \displaystyle z=r\cdot [\cos \varphi +i\sin \varphi]} ,

où i {\displaystyle i} est une unité imaginaire de i 2 = − 1 {\displaystyle i^{2}=-1} . L’occurrence de l’utilisation de π {\displaystyle \pi } dans l’analyse complexe peut être liée au comportement des fonctions exponentielles de variables complexes, qui est décrit par la formule d’Euler:[24]

e i φ = cos φ + i sin φ {\displaystyle e^{i\varphi }=\cos \varphi +i\sin \varphi } ,

où la constante e est la base du logarithme naturel. Cette formule renvoie une relation entre e {\displaystyle e} la puissance d’un nombre imaginaire et des points sur un cercle d’unités car elle contient les cinq constantes mathématiques les plus importantes :[24][25]

e i π + 1 = 0 {\displaystyle e^{i\pi }+1=0} .

Un total de n {\displaystyle n} nombres complexes z {\displaystyle z} diffèrent dans l’équation z n = 1 {\displaystyle z^{n}=1} , appelé « racine de l’unité [anglais: racine de l’unité] to- n {\displaystyle n} « . [26] La formule ci-dessus est exprimée dans l’équation :

e 2 π i k n [k = 0 , 1 , 2 , , , n − 1] {\displaystyle e^{\frac {2\pi ik}{n}}\qquad [k=0,1,2,\dots ,n-1]} .

Article détaillé : Approche de la π de la valeur.

Voir aussi : Chronologie des calculs π

Les pyramides égyptiennes de Gizeh, construites en 2589-2566 av. J.-C., ont été construites avec leur circonférence vers 1760 kubits et environ 280 kubits de haut. Le rapport entre la circonférence et la hauteur de cette pyramide est de $\frac{1760}{280}$ ≈ 6,2857. Cette valeur est proche de 2π ≈ 6,2832. Sur la base de ce ratio, certains égyptologues anciens ont conclu que les fondateurs de ce bâtiment pyramidal connaissaient π et ont délibérément conçu des pyramides avec ce ratio. [n 2] [27] [28] [29] [30] Certains chercheurs contestent cela et concluent que c’est une simple coïncidence parce qu’il n’y a pas d’autre butki pour le soutenir. [31] [32] [33] [n 3]

La première approche écrite de la valeur de π a été trouvée en Égypte et en Babylonie, la valeur de l’approche étant d’environ 1% de la valeur réelle. Une plaque d’argile de Babylonie de 1900-1600 av. J.-C. contient une révélation de la géométrie qui suppose que la π est 25/8 = 3,1250. [34] En Égypte, le papyrus Rhind datant de 1650 av. J.-C. [ce papyrus lui-même est une copie d’un document de 1850 av. J.-C.] a une formule d’aire de cercle qui suppose que la valeur de la π [$\frac{16}{9}$]2 ≈ 3,1605. [34]

En Inde vers 600 av. J.-C., l’enregistrement du Shulba Sutra en sanskrit contient une valeur π de [$\frac{9785}{5568}$]2 ≈ 3 088. [35] En 150 av. J.-C., les sources d’enregistrement de l’Inde traitées π égales à 10 {\displaystyle \scriptstyle {\sqrt {10}}} ≈ 3 1622. [36]

Deux versets de la Bible hébraïque [écrits entre le 8ème et le 3ème siècle avant JC] décrivent un étang cérémoniel dans le Temple de Salomon qui mesure 10 kubits de diamètre et 30 kubits de circonférence; ce verset implique que la π est d’environ trois si la piscine est circulaire. [n 4] [37] [38] [n 5] Rabbi Néhémie expliqua que cette discrétion était due à l’épaisseur du bord de l’étang. Le premier travail de Rabbi Nehemiah Mishnat ha-Middot écrit vers 150 a pris la valeur de π de trois et un septième. [39]

π peut être estimée en calculant la circonférence des polygones extérieurs et intérieurs du cercle.

Le premier algorithme enregistré de calcul minutieux de la valeur de π était l’approche géométrique utilisant des polygones. Cet algorithme a été inventé vers 250 av. J.-C. par le mathématicien grec Archimède. [40] Cet algorithme polygonal a dominé pendant 1 000 ans, et donc π est parfois appelé aussi la « constante d’Archimède ». [41] Archimède a calculé les limites supérieure et inférieure du π en dessinant des polygones à l’extérieur et à l’intérieur d’un cercle, et en multipliant lentement les côtés du polygone jusqu’à ce qu’il atteigne 96-gon. En calculant la circonférence des polygones, Archimède a prouvé que $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$ [3,1408 < π < 3,1429]. [42] La limite supérieure d’Archimède d’environ $\frac{22}{7}$ a conduit beaucoup à croire que π est égal à $\frac{22}{7}$. [43] Vers 150, Ptolémée dans son Almageste, donna une π de 3,1416. Ce résultat, il l’a probablement obtenu d’Archimède ou d’Apollonius de Perga. [44] [45] Les mathématiciens ont ensuite utilisé cet algorithme et ont atteint un record de π à 39 chiffres en 1630 avant d’être brisé en 1699 à l’aide d’une série infinie. [46] [n 6]

Archimède a développé un algorithme polygonal pour calculer la valeur de l’approche π.

Dans la Chine ancienne, la valeur de π était de 3,1547 [vers 1 après JC], 10 {\displaystyle \scriptstyle {\sqrt {10}}} [année 100, environ 3,1623], et 142/45 [3ème siècle, vers 3,1556]. [47] Vers 265, le mathématicien du royaume Wei, Liu Hui, a inventé un algorithme itératif basé sur des polygones utilisé avec 3072-gon pour produire une valeur π de 3,1416. [48] [49] Liu a ensuite créé une méthode plus rapide et a obtenu une valeur de 3,14 en utilisant 96-gon. [48] Le mathématicien chinois Zu Chongzhi vers 480 a calculé que $\pi \approx \frac{355}{113}$ [cette fraction a été nommée fraction de Milü en chinois] en utilisant l’algorithme de Liu Hui et l’a appliqué en utilisant 12 288-gon. La valeur qu’il a obtenue était de 3,141592920... et sept chiffres précis. La valeur de cette approche est la valeur la plus précise pour les 800 prochaines années. [50]

L’astronome indien Aryabhata a utilisé la valeur 3,1416 dans Āryabhaṭīya [en 499]. [51] Fibonacci en 1220 a calculé la valeur de la π et a obtenu un résultat de 3,1418 en utilisant la méthode des polygones. [52]

L’astronome persan Jamshīd al-Kāshī a produit une valeur à 16 chiffres de π en 1424 en utilisant un polygone à 3×228 côtés[53],[54]. Cela a ensuite créé un record de 180 ans. [55] Le mathématicien Français François Viète en 1579 a réalisé 9 chiffres en utilisant un record a été battu par lui-même en atteignant 35 chiffres[5]. [56] Le scientifique néerlandais Willebrord Snellius a atteint 34 chiffres en 1621[57], et l’astronome autrichien Christoph Grienberger a atteint 38 chiffres en 1630,[58][n 7] est la valeur la plus précise obtenue par calcul manuel en utilisant l’approche polygonale. [57]

Série infinie

Le calcul des π révolutionné par le développement des techniques de séries infinies aux 16ème et 17ème siècles. La série infinie est la somme d’une infinité de rangées de tribus. [59] Cela a permis aux mathématiciens de calculer π valeurs avec une précision qui dépassait la méthode d’Archimède. [59] Bien que la méthode des séries infinies ait été principalement utilisée par les mathématiciens européens pour calculer la valeur de π, cette approche a été découverte pour la première fois en Inde entre 1400 et 1500. [60] [61] La première description écrite de la série infinie qui peut être utilisée pour calculer π se trouve dans un verset sanskrit écrit par l’astronome indien Nilakantha Somayaji dans un livre de Tantrasamgraha vers 1500. [60] Cette série a été donnée sans preuve, bien que cette preuve ait été donnée plus tard dans Yuktibhāṣā vers 1530. Nilakantha attribue la découverte de cette série au mathématicien indien Madhava de Sangamagrama qui a vécu entre 1350 et 1425. [60] Plusieurs séries infinies sont décrites, y compris la série pour sinus, tangente et cosinus, connue sous le nom de série de Madhava ou série de Gregory-Leibniz. [60] Madhava a utilisé des séries infinies pour estimer la valeur de π jusqu’à 11 chiffres vers 1400. Mais le record a été vaincu par le mathématicien persan Jamshīd al-Kāshī en 1430 en utilisant un algorithme de polygone. [62]

Isaac Newton a utilisé des séries infinies pour calculer la valeur de π à 15 chiffres. [63]

La série infinie trouvée en Europe a été la première multiplication infinie [plutôt que la sommation infinie], découverte par le mathématicien Français François Viète en 1593[64] :

2 π = 2 2 · 2 + 2 2 · 2 + 2 + 2 2 ⋯ {\displaystyle {\frac {2}{\pi }}={\frac {\sqrt {2}}{2}}\cdot {\frac {\sqrt {2+{\sqrt {2}}}}{2}}\cdot {\frac {\sqrt {2+{\sqrt {2+{\sqrt {2}}}}}}{2}}\cdots } }

La deuxième série infinie découverte en Europe par John Wallis en 1655 est aussi une multiplication infinie. [64] La découverte du calcul par Isaac Newton et Gottfried Wilhelm Leibniz dans les années 1660 a incité au développement de nombreuses séries infinies pour calculer la valeur de π. Newton lui-même a utilisé la série obscure du sinus pour calculer π à 15 chiffres en 1665 ou 1666. [63]

arctan ⁡ z = z − z 3 3 + z 5 5 − z 7 7 + ⋯ $\displaystyle \arctan z=z-{\frac {z^{3}}{3}}+{\frac {z^{5}}{5}}-{\frac {z^{7}}{7}}+\cdots$

Rumus ini, yang disebut deret Gregory-Leibniz, sama dengan π / 4 $\displaystyle \scriptstyle \pi /4$ ketika dievaluasi bersama dengan z = 1.[66] Pada tahun 1699, matematikawan Inggris Abraham Sharp menggunakan deret ini untuk menghitung π sampai dengan 71 digit, dan memecahkan rekor 39 digit sebelumnya.[67] Deret Gregory-Leibniz cukup sederhana, namun konvergen sangat lambat, sehingga ia tidak digunakan pada zaman modern untuk menghitung π.[68]

Pada tahun 1706, John Machin menggunakan deret Gregory-Leibniz untuk menghasilkan algoritme yang berkonvergen lebih cepat:[69]

π 4 = 4 arctan ⁡ 1 5 − arctan ⁡ 1 239 $\displaystyle {\frac {\pi }{4}}=4\,\arctan {\frac {1}{5}}-\arctan {\frac {1}{239}}$

Machin mencapai 100 digit π dengan rumus ini.[70] Beberapa matematikawan kemudian menciptakan beberapa varian yang digunakan untuk memecahkan rekor digit π secara suksesif.[70] Rumus bak-Machin ini merupakan metode perhitungan digit π yang terbaik sebelum ditemukannya komputer. Rekor penemuan digit π terus dipecahkan menggunakan rumus ini selama 250, sampai dengan 620 digit oleh Daniel Ferguson pada tahun 1946. Nilai pendekatan ini dihasilkan tanpa menggunakan alat hitung apapun.[71]

Matematikawan Britania William Shanks terkenal akan usahanya selama 15 tahun untuk menghitung nilai π sampai dengan 707 digit. Namun ia membuat kesalahan pada digit ke-528, membuat digit-digit selanjutnya salah.[72]

Laju konvergensi

Beberapa deret takhingga untuk π berkonvergen lebih cepat daripada yang lainnya. Matematikawan biasanya akan menggunakan deret yang lebih cepat berkonvergen untuk menghemat waktu sampai dengan tingkat akurasi tertentu.[73] Deret tak terhingga untuk π yang sederhana misalnya deret Gregory-Leibniz:[74]

π = 4 1 − 4 3 + 4 5 − 4 7 + 4 9 − 4 11 + 4 13 − ⋯ $\displaystyle \pi ={\frac {4}{1}}-{\frac {4}{3}}+{\frac {4}{5}}-{\frac {4}{7}}+{\frac {4}{9}}-{\frac {4}{11}}+{\frac {4}{13}}-\cdots$

akan perlahan-lahan mendekati π. Nilainya berkonvergen sangat lambat. Sampai dengan suku ke 500.000, deret ini hanya menghasilkan lima digit desimal yang benar untuk π.[75]

π = 3 + 4 2 × 3 × 4 − 4 4 × 5 × 6 + 4 6 × 7 × 8 − 4 8 × 9 × 10 + ⋯ {\displaystyle \pi =3+{\frac {4}{2\times 3\times 4}}-{\frac {4}{4\times 5\times 6}}+{\frac {4}{6\times 7\times 8}}-{\frac {4}{8\times 9\times 10}}+\cdots }

Perbandingan konvergensi kedua deret di atas adalah sebagai berikut:

Deret takhingga untuk π Setelah suku ke-1 Setelah suku ke-2 Setelah suku ke-3 Setelah suku ke-4 Setelah suku ke-5 Berkonvergen ke:

π = 4 1 − 4 3 + 4 5 − 4 7 + 4 9 − 4 11 + 4 13 ⋯ . {\displaystyle \scriptstyle \pi ={\frac {4}{1}}-{\frac {4}{3}}+{\frac {4}{5}}-{\frac {4}{7}}+{\frac {4}{9}}-{\frac {4}{11}}+{\frac {4}{13}}\cdots .}	4,0000 2,6666... 3,4666... 2,8952... 3,3396...	π = 3,1415...
π = 3 + 4 2 × 3 × 4 − 4 4 × 5 × 6 + 4 6 × 7 × 8 ⋯ . {\displaystyle \scriptstyle \pi ={3}+{\frac {4}{2\times 3\times 4}}-{\frac {4}{4\times 5\times 6}}+{\frac {4}{6\times 7\times 8}}\cdots .}	3,0000 3,1666... 3,1333... 3,1452... 3,1396...	

Setelah lima suku, jumlah deret Gregory-Leibniz akurat dengan selisih 0,2 dari nilai π sebenarnya, manakala pada deret Nilakantha, selisihnya 0,0002. Deret Nilakantha berkonvergen lebih cepat dan lebih berguna dalam perhitungan π. Deret lainnya yang berkonvergen lebih cepat meliputi deret Machin dan deret Chudnovsky. Deret Chudnovsky mampu menghasilkan 14 digit desimal yang benar setiap suku.[73]

Irasionalitas dan transendensi

Tidak semua penelitian matematika yang berhubungan dengan π ditujukan pada peningkatan akurasi nilai pendekatan π. Ketika Euler menyelesaikan masalah Basel pada tahun 1735, ia berhasil menurunkan hubungan antra π dengan bilangan prima yang kemudian berkontribusi pada berkembangnya kajian mengenai fungsi zeta Riemann:[78]

π 2 6 = 1 1 2 + 1 2 2 + 1 3 2 + 1 4 2 + ⋯ {\displaystyle {\frac {\pi ^{2}}{6}}={\frac {1}{1^{2}}}+{\frac {1}{2^{2}}}+{\frac {1}{3^{2}}}+{\frac {1}{4^{2}}}+\cdots }

Ilmuwan Swiss Johann Heinrich Lambert pada tahun 1761 membuktikan bahwa π adalah irasional, yang berarti ia bukanlah hasil dari pembagian dua bilangan bulat manapun.[7]

jugalah irasional. Pada tahun 1882, matematikawan Jerman Ferdinand von Lindemann membuktikan bahwa π adalah transendental, yang kemudian berhasil mengonfirmasi konjektur yang dibuat oleh Legendre dan Euler.[80]

Penggunaan simbol π

Leonhard Euler mempopulerkan penggunaan huruf Yunani π dalam karyanya yang dipublikasikan pada tahun 1736 dan 1748.

Huruf Yunani π paling awal diketahui digunakan untuk mewakili rasio keliling lingkaran dengan diameternya oleh matematikawan William Jones dalam karya tahun 1706 "Synopsis Palmariorum Matheseos; or, a New Introduction to the Mathematics".[81] Huruf Yunani ini pertama kali muncul dalam frasa "1/2 Periphery π" [1/2 keliling π] dalam mendiskusikan suatu lingkaran berjari-jari satu. Jones mungkin memilih simbol π karena π adalah huruf pertama dari kata "keliling" dalam bahasa Yunani.[n 9] Namun ia menulis bahwa persamaan untuk π tersebut berasal dari John Machin.[82] Simbol ini sebenarnya pernah digunakan lebih awal sebagai konsep geometri.[82] William Oughtred menggunakan π dan δ, huruf Yunani yang setara dengan p dan d, untuk mengekspresikan rasio keliling dengan diameter pada tahun 1647.

Setelah Jones memperkenalkan penggunaan huruf Yunani π ini pada tahun 1706, simbol ini tidak digunakan secara luas oleh matematikawan lain sampai dengan Euler yang mulai menggunakannya pada karya tahun 1736-nya, Mechanica. Sebelumnya, matematikawan kadang-kadang menggunakan simbol c atau p.[82] Karena Euler memiliki banyak koneksi dengan matematikawan-matematikawan lainnya di Eropa, penggunakan huruf π meluas dengan cepat.[82] Pada tahun 1748, Euler menggunakan simbol π dalam karyanya Introductio in analysin infinitorum [dia menulis: "untuk mempersingkat penulisan, kita akan menulis bilangan ini sebagai π; sehingga π sama dengan setengah keliling lingkaran berjari-jari 1"]. Hal ini kemudian memicu penggunaan π yang universal di Barat.[82]

John von Neumann merupakan salah satu anggota tim ENIAC yang menggunakan komputer digital untuk mengkomputasi π.

Algoritme iteratif Gauss–Legendre:
Inisialisasi a 0 = 1 b 0 = 1 2 t 0 = 1 4 p 0 = 1 {\displaystyle \scriptstyle a_{0}=1\quad b_{0}=

a n + 1 = a n + b n 2 b n + 1 = a n b n {\displaystyle \scriptstyle a_{n+1}={\frac {a_{n}+b_{n}}{2}}\quad \quad b_{n+1}={\sqrt {a_{n}b_{n}}}}   t n + 1 = t n − p n [a n − a n + 1] 2 p n + 1 = 2 p n {\displaystyle \scriptstyle t_{n+1}=t_{n}-p_{n}[a_{n}-a_{n+1}]^{2}\quad \quad p_{n+1}=2p_{n}}

Maka perkiraan untuk nilai π dihasilkan oleh

π ≈ [a n + b n] 2 4 t n {\displaystyle \scriptstyle \pi \approx {\frac {[a_{n}+b_{n}]^{2}}{4t_{n}}}}

Perkembangan komputer yang pesat pada pertengahan abad ke-20 merevolusi perhitungan digit desimal π. Matematikawan Amerika John Wrench dan Levi Smith berhasil menghitung nilai pi sampai dengan 1.120 digit menggunakan kalkulator meja.[83] Dengan menggunakan deret tak terhingga invers tangen [arctan], sekelompok tim yang dipimpin oleh George Reitwiesner dan John von Neumann pada tahun yang sama berhasil mencapai 2.037 digit menggunakan komputer ENIAC dengan lama perhitungan selama 70 jam.[84] Rekor ini terus dipecahkan menggunakan deret arctan [7.480 digit pada tahun 1957; 10.000 digit pada tahun 1958; 100.000 digit pada tahun 1961], sampai dengan 1 juta digit pada tahun 1973.[85]

Perkembangan lebih jauh sekitar tahun 1980 kemudian mempercepat kemampuan komputasi π. Pertama, penemuan algoritme iteratif baru yang lebih cepat daripada deret tak terhingga; dan kedua, penemuan algoritme perkalian cepat yang mampu mengalikan bilangan besar dengan sangat cepat.[86] Algoritme ini sangat penting karena waktu yang dihabiskan oleh komputasi komputer kebanyakan berkutat pada perkalian.[87] Algoritme seperti ini contohnya algoritme Karatsuba, perkalian Toom–Cook, dan metode berbasis transformasi Fourier.[88]

Algoritme iteratif secara independen dipublikasikan pada tahun 1975-1976 oleh fisikawan Amerika Eugene Salamin dan ilmuwan Australia Richard Brent.[89] Algoritme ini membuat komputasi digit pi bebas dari deret tak terhingga. Algoritme iteratif mengulangi perhitungan tertentu dengan tiap iterasi menggunakan hasil iterasi sebelumnya sebagai input dan setahap demi setahap menghasilkan nilai perhitungan yang berkonvergen ke nilai yang kita inginkan.

Algoritme iteratif digunakan secara meluas setelah tahun 1980 karena algoritme ini lebih cepat daripada algoritme deret tak terhingga. Manakala algoritme deret tak terhingga meningkatkan jumlah digit yang benar setiap suku, algoritme iteratif pada umumnya

John dan Peter Borwein berhasil menemukan algoritme iteratif yang menggandaempatkan jumlah digit pada tiap iterasi; dan pada tahun 1987 berhasil menggandalimakan jumlah digit pada tiap iterasi.[90][n 10] Metode iteratif digunakan oleh matematikawan Yasumasa Kanada untuk memecahkan beberapa rekor komputasi π antara tahun 1995 sampai dengan tahun 2002.[91] Konvergensi yang sangat cepat ini memiliki kelemahannya sendiri, yakni memerlukan memori komputer yang jauh lebih besar daripada yang diperlukan oleh deret tak terhingga.[91]

Motivasi komputasi π

Seiring dengan ditemukannya algoritme-algoritme baru dan daya perhitungan komputer yang semakin cepat, jumlah digit desimal bilangan π yang ditemukan meningkat secara dramatis.

Dalam perhitungan numeris yang melibatkan π, biasanya kita hanya memerlukan beberapa digit desimal π untuk mencapai tingkat presisi yang cukup tinggi. Menurut Jörg Arndt dan Christoph Haenel, 39 digit π sudah mencukupi untuk menghitung kebanyakan perhitungan kosmologi, karena ini merupakan jumlah digit yang diperlukan untuk menghitung volume alam semesta sampai dengan satu atom.[92] Walau demikian, banyak orang telah bekerja keras untuk mengkomputasi π sampai dengan ribuan dan jutaan digit.[93] Usaha ini sebagian dikarenakan dorongan manusia untuk memecahkan rekor, dan biasanya pencapaian seperti ini sering masuk ke dalam tajuk berita seluruh dunia.[94][95] Perhitungan seperti ini juga memiliki kegunaan praktisnya, yaitu untuk menguji superkomputer, menguji algoritme analisis numeris; dan dalam lingkup matematika murni sendiri, data yang dihasilkan dapat digunakan untuk mengevaluasi keacakan digit-digit π.[96]

Deret konvergen cepat

Srinivasa Ramanujan yang meneliti sendirian di India, berhasil menemukan banyak deret-deret yang inovatif untuk menghitung π.

Kalkulator π modern tidak menggunakan algoritme iteratif secara eksklusif. Deret tak terhingga baru yang ditemukan pada tahun 1980-an dan 1990-an mampu berkonvergen secepat algoritme iteratif, namun lebih sederhana dan memerlukan memori yang lebih sedikit.[91] Penemuan algoritme iteratif cepat terdahului oleh penemuan deret konvergen cepat pada tahun 1914, ketika matematikawan India Srinivasa Ramanujan mempublikasikan

1 π = 2 2 9801 ∑ k = 0 ∞ [4 k] ! [1103 + 26390 k] k ! 4 [396 4 k] {\displaystyle {\frac {1}{\pi }}={\frac {2{\sqrt {2}}}{9801}}\sum _{k=0}^{\infty }{\frac {[4k]![1103+26390k]}{k!^{4}[396^{4k}]}}}

Ces séquences convergent plus rapidement que la plupart des séries arctan, y compris la formule de Machin. [98] Bill Gosper a été le premier à utiliser cette formule pour calculer π et a battu un record de 17 millions de chiffres en 1985. [99] La découverte des formules ramanjuan est antérieure à l’invention des algorithmes modernes développés par les frères Borwein et chudnovsky. [100] La formule de Tchoudnovski développée en 1987 est la suivante :

426880 10005 π = ∑ k = 0 ∞ [6 k] ! [13591409 + 545140134 k] [3 k] ! [k !] 3 [− 640320] 3 k {\displaystyle {\frac {426880{\sqrt {10005}}}{\pi }}=\sum _{k=0}^{\infty }{\frac {[6k]![13591409+545140134k]}{[3k]![k!] ^{3}[-640320]^{3k}}}}

Cette formule produit 14 chiffres π chacune de ses tribus[101], et a été utilisée dans divers calculs de π record, y compris le premier à casser 109 chiffres en 1989 par les frères Chudnovsky, 2,7 billions [2,7×1012] chiffres par Fabrice Bellard en 2009, et 10 billions [1013] chiffres en 2011 par Alexander Yee et Shigeru Kondo. [1] [102] [103]

En 2006, le mathématicien canadien Simon Plouffe a utilisé l’algorithme de relation entière PSLQ[n 11] pour générer plusieurs nouvelles formules pour π, qui ont la forme de référence suivante :

π k = ∑ n = 1 ∞ 1 n k [a q n − 1 + b q 2 n − 1 + c q 4 n − 1] {\displaystyle \pi ^{k}=\sum _{n=1}^{\infty }{\frac {1}{n^{k}}}\left[{\frac {a}{q^{n}-1}}+{\frac {b}{q^{2n}-1}}+{\frac {c}{q^{4n}-1}}\right]}

où q {\displaystyle {\mathit {q}}} est eπ [constante de Gelfond], k {\displaystyle {\mathit {k}}} est un nombre impair, et a , b , c { \displaystyle {\mathit {a,b,c}}} est un nombre rationnel spécifique calculé par Plouffe. [104]

Méthode Monte Carlo

Aiguille Buffon. Les aiguilles a et b sont lâchées au hasard.

Les noktahs aléatoires sont placés sur des quadrants carrés avec un cercle à l’intérieur.

La méthode de Monte Carlo, qui évalue les résultats de nombreuses expériences randomisées, peut être utilisée pour créer des approximations π. [105] L’aiguille de Buffon est l’une des techniques : si une aiguille de longueur l est lâchée n fois au-dessus de la surface sur laquelle une ligne parallèle est tracée séparée par des unités t, et si de x fois elle tombe à travers la ligne [x > 0], alors l’approximation de π peut être déterminée sur la base de calculs :[106]

π ≈ 2 n l x t {\displaystyle \pi \approx {\frac {2n\ell }{xt}}}

Une autre méthode de Monte Carlo pour calculer π consiste à dessiner un cercle dans un carré et à mettre des noktahs aléatoires dans les perseegi. Le rapport de la noktah dans le cercle au nombre total de noktahs sera approximativement égal à π/4. [107] [108]

La méthode d’estimation de Monte Carlo π est très lente par rapport à d’autres méthodes, et n’a jamais été utilisée pour estimer π lorsque la vitesse ou la précision est requise. [109] [110]

Algorithme d’appui

Deux nouveaux algorithmes découverts en 1995 ont ouvert de nouvelles voies à la recherche π. Cet algorithme est appelé l’algorithme du robinet, car comme l’eau qui coule d’un robinet, il produit un seul chiffre de π qui ne sera pas réutilisé après calcul. [111] [112] Cet algorithme diffère des algorithmes de séries infinies et itératives qui laissent et utilisent tous les chiffres intermédiaires jusqu’à ce que l’achèvement final soit généré. [111]

Les mathématiciens américains Stan Wagon et Stanley Rabinowitz ont inventé un algorithme de robinet simple en 1995. [112] [113] [114] [n 12] La vitesse de convergence de cet algorithme est comparable à celle de l’algorithme arctan, mais pas aussi rapide que l’algorithme itératif. [113]

Un autre algorithme de robinet, l’algorithme d’extraction de chiffres BBP a été inventé en 1995 par Simon Plouffe:[115][116]

π = ∑ i = 0 ∞ 1 16 i [4 8 i + 1 − 2 8 i + 4 − 1 8 i + 5 − 1 8 i + 6] {\displaystyle \pi =\sum _{i=0}^{\infty }{\frac {1}{16^{i}}}\left[{\frac {4}{8i+1}}-{\frac {2}{8i+4}}-{\frac {1}{8i+5}}-{\frac {1}{8i+6}}\right]}

Cette formule, contrairement à d’autres formules, peut générer des chiffres hexadécimaux individuels π sans compter les chiffres précédents. [115] Les chiffres individuels octaux et binaires peuvent être extraits des chiffres hexadécimaux. Des variantes de cet algorithme ont d’extraction de chiffres est de valider les revendications du nouvel enregistrement de calcul π; Une fois qu’un nouvel enregistrement est revendiqué, le résultat de ce nombre décimal est ensuite converti en un nombre hexadécimal, puis un algorithme d’extraction de chiffres est utilisé pour calculer aléatoirement certains de ces chiffres hexadécimaux vers la fin du chiffre π calculé; si les résultats correspondent, il peut être utilisé comme point de repère pour la conviction que les calculs effectués sont corrects[1]

Entre 1998 et 2000, le projet de calcul distribué PiHex a utilisé la formule de Bellard [modification de l’algorithme BBP] pour calculer le [1015e] quadrillion de bits π, dont le résultat était 0. [118] [119] En septembre 2010, un employé de Yahoo! a utilisé l’application Hadoop de l’entreprise dans un millier d’ordinateurs pendant 23 jours pour calculer 256 bits de π sur le deuxième bit du quadrillion [2e×1015], dont le résultat était également nul. [120]

Article détaillé : Liste des formules impliquant des π

Comme π est en contact étroit avec les cercles, on le trouve largement dans les formules géométriques et trigonométriques, principalement celles qui concernent les cercles, les sphères et les ellipses. π se trouve également dans diverses autres branches de la science, notamment les statistiques, les fractales, la thermodynamique, la mécanique, la cosmologie, la théorie des nombres et l’électromagnétisme.

Géométrie et trigonométrie

La surface du cercle ci-dessus est égale à π fois la surface de la zone ombragée.

π apparaissent dans les formules de calcul de l’aire et du volume relatifs à un cercle, par exemple, les ellipses, les sphères, les cônes et les tores. Certaines formules générales impliquant π par exemple:[121]

- La circonférence du cercle de rayon r est de 2 π r {\displaystyle 2\pi r}
- L’aire d’un cercle de rayon r est π r 2 {\displaystyle \pi r^{2}}
- Le volume d’une sphère d’un rayon de r est de 4 3 π r 3 {\displaystyle {\tfrac {4}{3}}\pi r^{3}}
- La surface de la sphère de rayon r est de 4 π r 2 {\displaystyle 4\pi r^{2}}

un rayon jarre de un est:[122]

∫ − 1 1 1 − x 2 d x = π 2 {\displaystyle \int _{-1}^{1}{\sqrt {1-x^{2}}}\,dx={\frac {\pi }{2}}}

Dans l’intégrale, la fonction 1 − x 2 {\displaystyle \scriptstyle {\sqrt {1-x^{2}}}} représente une courbe semi-circulaire, et son intégrale ∫ − 1 1 {\displaystyle \scriptstyle \int _{-1}^{1}} calcule l’aire entre un demi-cercle et un axe des x.

Les fonctions des sinus et du cosinus sont répétées avec une périodede 2 π.

Les fonctions trigonométriques dépendent des angles, et les mathématiciens utilisent généralement les radians comme unité de mesure de ces angles. π joue un rôle important dans l’angle mesuré en radians, qui est défini de telle sorte qu’un cercle complet a un angle de 2π radians. [123] Cela signifie que 180° est égal à π radians, et 1° = π/180 radians. [123]

Les fonctions trigonométriques ont généralement des périodes qui sont des multiples de π, par exemple sinus et cosinus ont une période de 2π,[124] de sorte que pour suautu l’angle θ et un entier k, sin θ = sin [θ + 2 π k] {\displaystyle \sin \theta =\sin \left[\theta +2\pi k\right]} et cos θ = cos [θ + 2 π k] . {\displaystyle \cos \theta =\cos \left[\theta +2\pi k\right].} N° 124

Formule intégrale de Cauchy

La formule intégrale de Cauchy gère les fonctions intégrales complexes et génère des relations importantes entre l’intégration et la différenciation, y compris le fait que la valeur d’une fonction complexe à l’intérieur d’une frontière fermée est entièrement déterminée par la valeur à la limite:[125][126]

f [z 0] = 1 2 π i ∮ γ f [z] z − z 0 d z {\displaystyle f[z_{0}]={\frac {1}{2\pi i}}\oint _{\gamma }{f[z] \over z-z_{0}}\,dz}

Ensemble Mandelbrot

π peut être calculée à partir de l’ensemble de Mandelbrot, en calculant le nombre d’itérations requises avant le point divergent [− 0 , 75 ; ε] {\displaystyle [-0.75;\varepsilon]} .

L’existence de π dans les fractales de l’ensemble de Mandelbrot a été découverte par le citoyen américain David Boll en 1991. [127] Il a étudié le comportement du humpunan de Mandelbrot près du « cou » à [− 0 , 75 ; 0] {\displaystyle [-0,75;0]} . S’il est considéré pour le chemin soit multipliée par la ε {\displaystyle \varepsilon } converge vers π. Le point [0 , 25 ; ε] {\displaystyle [0.25;\varepsilon]} au sommet de la grande « vallée » sur le côté droit de l'ensemble de Mandelbrot se comporte de la même manière : le nombre d'itérations jusqu'à ce que la divergence soit multipliée par la racine carrée ε {\displaystyle \varepsilon } a tendance à s'approcher de π. [127] [128]

Fonction gamma

La fonction gamma étend le concept de factorielle [généralement défini uniquement pour les entiers non négatifs] à tous les nombres complexes, à l'exception des entiers réels négatifs. Lorsque la fonction gamma est évaluée pour un demi-entier, le résultat contient π ; Exemple

Γ [1 / 2] = π {\displaystyle \Gamma [1/2]={\sqrt {\pi }}} et Γ [5 / 2] = 3 π 4 {\displaystyle \Gamma [5/2]={\frac {3{\sqrt {\pi }}}{4}}} . [129]

La fonction gamma peut être utilisée pour créer une approche simple telle que n! à un grand n:

n ! ∼ 2 π n [n e] n {\displaystyle n!\sim {\sqrt {2\pi n}}\left[{\frac {n}{e}}\right]^{n}}

connue sous le nom d'approximation de Stirling. [130]

Théorie des nombres et des fonctions du zêta de Riemann

La fonction zêta de Riemann ζ[s] est utilisée dans de nombreux domaines des mathématiques. Lorsqu'elle est évaluée à s = 2, cette fonction peut être écrite comme suit :

ζ [2] = 1 1 2 + 1 2 2 + 1 3 2 + ⋯ {\displaystyle \zeta [2]={\frac {1}{1^{2}}}+{\frac {1}{2^{2}}}+{\frac {1}{3^{2}}}+\cdots }

Trouver une solution simple à cette série infinie est un problème populaire en mathématiques appelé le problème de Bâle. Leonhard Euler l'a cassé en 1735 quand il a montré qu'il était égal à π 2 6 {\textstyle {\frac {\pi ^{2}}{6}}} . [78] Les résultats d'Euler ont conduit à la théorie des nombres, c'est-à-dire que la probabilité de deux nombres aléatoires relativement premiers [n'ayant pas de facteur commun] est égale à 6 π 2 {\textstyle {\frac {6}{\pi ^{2}}}} . [131] [n 14] Cette probabilité est basée sur l'observation que la probabilité d'un nombre arbitraire divisible par un nombre premier p {\displaystyle p} est de 1 p {\textstyle {\frac {1}{p}}} [par exemple, chaque 7ème entier peut être divisé par 7.] De sorte que la probabilité de deux nombres qui peuvent tous deux être divisés par ce nombre premier est de 1 p 2 {\textstyle {\frac {1}{p^{2}}}} , et la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux ne puisse pas être soient des nombres premiers est relative est donnée par le résultat de la division de tous les nombres premiers:[132]

∏ p ∞ [1 − 1 p 2] = [∏ p ∞ 1 1 − p − 2] − 1 = 1 1 + 1 2 2 + 1 3 2 + ⋯ = 1 ζ [2] = 6 π 2 ≈ 61 % {\displaystyle \prod _{p}^{\infty }\left[1-{\frac {1}{p^{2}}}\right]=\left[\prod _{p}^{\infty }{\frac {1}{1-p^{-2}}}\right]^{-1}={\frac {1}{1+{\frac {1}{2^{2}}}+{\frac {1}{3^{2}}}+\cdots }}={\frac {1} {\zeta [2]}}={\frac { 6}{\pi ^{2}}}\environ 61\%}

Cette probabilité peut être utilisée en conjonction avec un générateur de nombres aléatoires pour estimer π en utilisant l’approche de Monte Carlo. [133]

Probabilités et statistiques

Graphe de la fonction de Gauss
ƒ[x] = e−x2. La région colorée entre la fonction et l’axe des x a une zone π {\displaystyle\scriptstyle{\sqrt{\pi }}} .

Les champs probabilistes et statistiques utilisent souvent des distributions normales comme modèles simples pour des phénomènes complexes; par exemple, les scientifiques supposent généralement que les erreurs d’observation dans la plupart des expériences suivent une loi normale. [134] La fonction de Gauss [qui est une fonction de concentration de probabilité de distribution normale] avec une moyenne de μ et un écart-type de σ, est essentiellement π:[135]

f [x] = 1 σ 2 π e − [x − μ] 2 / [2 σ 2] {\displaystyle f[x]={1 \over \sigma {\sqrt {2\pi }}}\,e^{-[x-\mu]^{2}/[2\sigma ^{2}]}}

Pour qu’il s’agisse d’une concentration de probabilité, la région sous le graphique f doit être égale à un. Il est obtenu à partir du changement de variables dans l’intégrale de Gauss:[135]

∫ − ∞ ∞ e − x 2 d x = π {\displaystyle \int _{-\infty }^{\infty }e^{-x^{2}}\,dx={\sqrt {\pi }}} ,

de sorte que l’aire de l’aire qui se trouve sous la courbe en cloche simple est égale à la racine carrée de la π.

Bien qu’il ne s’agisse pas d’une constante physique, π est régulièrement présente dans les équations expliquant les principes fondamentaux de l’univers, souvent en raison de la relation entre π avec des cercles et avec des systèmes de coordonnées sphériques. La formule simple du domaine de la mécanique classique donne l’approximation d’une période

T ≈ 2 π L g {\displaystyle T\approx 2\pi {\sqrt {\frac {L}{g}}}}

L’une des formules clés en mécanique quantique est le principe d’incertitude de Heisenberg, qui montre que l’incertitude dans la mesure de la position d’une particule [Δx] et de la quantité de mouvement [Δp] ne peut pas être exactement la même en même temps [avec h est la constante de Planck]:[137]

Δ x Δ p ≥ h 4 π {\displaystyle \Delta x\,\Delta p\geq {\frac {h}{4\pi }}}

Dans le domaine de la cosmologie, π apparaît dans les équations de champ d’Einstein, une formule fondamentale sur laquelle la théorie de la relativité générale est basée et explique l’interaction fondamentale de la gravité à la suite de la flexion de l’espace-temps par la matière et l’énergie:[138][139]

R i k − g i k R 2 + Λ g i k = 8 π G c 4 T i k {\displaystyle R_{ik}-{g_{ik}R \over 2}+\Lambda g_{ik}={8\pi G \over c^{4}}T_{ik}}

où R μ ν {\displaystyle R_{\mu \nu }} est le tenseur de l’arc de Ricci, R est l’arc scalaire, g μ ν {\displaystyle g_{\mu \nu }} est le tenseur métrique, Λ est la constante cosmologique, G est la constante gravitationnelle newtonienne, c est la vitesse de la lumière dans le vide, et T μ ν {\displaystyle T_{\mu \nu }} est le tenseur d’énergie de tension.

La loi de Coulomb, de la discipline de l’électromagnétisme, décrit un champ électrique entre deux charges électriques [q1 et q2] séparées par une distance r [avec ε0 représentant la mobilité d’un vide:[140]

F = | q 1 q 2 | 4 π ε 0 r 2 {\displaystyle F={\frac {\left|q_{1}q_{2}\right|} {4\pi \varepsilon _{0}r^{2}}}}

Le fait que la valeur de π proche de 3 joue un rôle dans l’orthoposytronium dans un temps relativement long. L’inverse de l’ordre le plus bas dans la structure fine évaluée α est[141]

1 τ = 2 π 2 − 9 9 π m α 6 , {\displaystyle {\frac {1}{\tau }}=2{\frac {\pi ^{2}-9}{9\pi }}m\alpha ^{6},}

où m est la masse de l’électron.

π se décline en certaines formules d’ingénierie structurelle, telles que la formule de flambage dérivée d’Euler, qui fournit la charge axiale maximale F avec la longueur de la colonne L, l’élasticité du module E et le moment d’inertie de la zone que je peux transporter sans flambage:[142]

Le domaine de la dynamique des fluides comprend π dans la loi de Stokes, qui prédit la force de frottement F qui apparaît sur de petits objets sphériques de rayon R, se déplaçant à la vitesse v dans un fluide ayant une viscosité dynamique de η:[143]

F = 6 π η R v {\displaystyle F=6\,\pi \,\eta \,R\,v}

La transformée de Fourier, décrite ci-dessous, est une opération mathématique qui exprime le temps en fonction de la fréquence, connue pour son spectre de fréquences. Il a de nombreuses applications en physique et en ingénierie, en particulier dans le traitement du signal. [144]

f ^ [ξ] = ∫ − ∞ ∞ f [x]   e − 2 π i x ξ d x {\displaystyle {\hat {f}}[\xi]=\int _{-\infty }^{\infty }f[x]\ e^{-2\pi ix\xi }\,dx}

Mémorisation des chiffres

Article détaillé : Pifilologie.

Beaucoup de gens se sont souvenus d’un grand nombre de chiffres de π nombres, une pratique appelée pyphilologie. [145] Une technique courante pour se souvenir consiste à utiliser des histoires ou des poèmes où la longueur des mots représente les chiffres π : le premier mot se compose de trois lettres, le deuxième mot a une lettre, le troisième mot est quatre lettres, le quatrième mot est une lettre, le cinquième mot est cinq lettres, et ainsi de suite. Un des premiers exemples de la façon de se souvenir, initié par le scientifique britannique James Jeans, était How I want a drink, alcoolisé bien sûr, après les lourdes conférences impliquant la mécanique quantique. [145] Lorsqu’un poème est utilisé, il est parfois appelé piem. Des poèmes pour se souvenir π ont été composés dans plusieurs langues autres que l’anglais. [145]

Le record compte tenu des chiffres π, enregistrés par Guinness World Records, est de 70 000 chiffres, lus en Inde par Rajveer Meena pendant 9 heures et 27 minutes le 21 mars 2015. [146] En 2006, Akira Haraguchi, un ingénieur japonais à la retraite, a affirmé avoir lu 100 000 décimales π, mais l’affirmation n’a pas été vérifiée par Guinness World Records. [147] La règle de l’enregistrement des rappels n’π généralement pas basée sur la poésie, mais utilise plutôt des méthodes telles que la mémorisation des modèles de nombres et la méthode des loci. [148]

Certains auteurs ont utilisé π chiffres comme base pour une nouvelle forme d’écriture contrainte, dans laquelle une longueur de mot est nécessaire pour représenter les chiffres π.

- Stirling Approximation
- Liste des paramètres mathématiques

Référence

1. ^ **a b c** « Round 2... 10 Trillion Digits of Pi »,NumberWorld.org, 17 octobre 2011. (consulté le 30 mai 2012)
2. **^** Arndt & Haenel 2006, p. 17
3. **^** Bailey, David; Borwein, Jonathan; Borwein, Pierre; Plouffe, Simon [1997]. « La quête de Pi ». L’intelligence mathématique. **19** [1] : 50 à 56. CiteSeerX 10.1.1.138.7085 . doi:10.1007/bf03024340.
4. **^** Holton, David; Mackridge, Peter [2004]. « Grec: une grammaire essentielle de la langue moderne ». Routledge. ISBN 0-415-23210-4. , p. xi.
5. ↑ **a b et c** Arndt & Haenel 2006, p. 8
6. **^** Rudin, Walter [1976]. Principes de l’analyse mathématique. McGraw-Hill. ISBN 0-07-054235-X. , p. 183.
7. ↑ **a et b** Arndt & Haenel 2006, p. 5
8. **^** Salikhov, V. [2008]. « Sur la mesure de l’irrationalité de pi ». Enquête mathématique russe. **53** [3]: 570. Bibcode:2008RuMas.. 63..570S. doi:10.1070/RM2008v063n03ABEH004543.
9. **^** Mayer, Steve. « La transcendance de π ». Archivé à partir de l’original le 2000-09-29. (consulté le 4 novembre 2007)
10. **^** Posamentier & Lehmann 2004, p. 25
11. **^** Eymard & Lafon 1999, p. 129
12. **^** Beckmann 1989, p. 37
13. **^** Schlager, Neil; Lauer, Josh [2001]. La science et son époque : comprendre la signification sociale de la découverte scientifique. Groupe Gale. ISBN 0-7876-3933-8. , p. 185.
14. ↑ **a et b** Arndt & Haenel 2006, pp. 22-23
   Preuss, Paul [23 juillet 2001]. « Les chiffres de Pi sont-ils aléatoires? Un chercheur de

15. **^** Arndt & Haenel 2006, pp. 22, 28-30
16. **^** Arndt & Haenel 2006, p. 3
17. **^** « Sloane’s A001203 : Continued fraction for Pi », The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences. Fondation OEIS. (consulté le 12 avril 2012)
18. **^** Lange, L. J. [1999]. « Une fraction continue élégante pour π ». L’American Mathematical Monthly. **106** [5] : 456 à 458. doi:10.2307/2589152. JSTOR 2589152. Le paramètre inconnu |month= sera ignoré [help]
19. **^** Eymard, Pierre, Lafon, Jean Pierre 1999, p. 78.
20. **^** Arndt & Haenel 2006, p. 240
21. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 242
22. **^** Kennedy, E. S., "Abu-r-Raihan al-Biruni, 973-1048", Journal for the History of Astronomy, **9**: 65, Bibcode:1978JHA.....9...65K, doi:10.1177/002182867800900106 .
23. **^** Ayers 1964, hlm. 100
24. ^ **a b** Bronshteĭn & Semendiaev 1971, hlm. 592
25. **^** Maor, Eli [2009], E: The Story of a Number, Princeton University Press, hlm. 160, ISBN 978-0-691-14134-3 ["lima tetapan terpenting"].
26. **^** [Inggris] Weisstein, Eric W. "Roots of Unity". MathWorld.
27. **^** Verner, M. [2003]. "The Pyramids: Their Archaeology and History". , p. 70.
28. **^** Petrie [1940]. "Wisdom of the Egyptians". , p. 30.
29. **^** Legon, J. A. R. [1991]. "On Pyramid Dimensions and Proportions". Discussions in Egyptology. **20**: 25–34. Diarsipkan dari versi asli tanggal 2011-07-18. Diakses tanggal 2013-08-06. .
30. **^** Petrie, W. M. F. [1925]. "Surveys of the Great Pyramids". Nature Journal. **116** [2930]: 942–942. Bibcode:1925Natur.116..942P. doi:10.1038/116942a0.
31. **^** Egyptologist: Rossi, Corinna, Architecture and Mathematics in Ancient Egypt, Cambridge University Press, 2004, pp 60–70, 200, ISBN 978-0-521-82954-0.
32. **^** Skeptics: Shermer, Michael, The Skeptic Encyclopedia of Pseudoscience, ABC-CLIO, 2002, pp 407–408, ISBN 978-1-57607-653-8.

34. ^ **a b** Arndt & Haenel 2006, hlm. 167
35. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 168–169
36. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 169
37. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 169, Schepler 1950, hlm. 165
38. **^** Beckmann 1989, hlm. 14–16.
39. **^** James A. Arieti, Patrick A. Wilson [2003]. The Scientific & the Divine. Rowman & Littlefield. hlm. 9–10. ISBN 9780742513976. Diakses tanggal 2013-06-05.
40. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 170
41. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 175, 205
42. **^** "The Computation of Pi by Archimedes: The Computation of Pi by Archimedes – File Exchange – MATLAB Central". Mathworks.com. Diakses tanggal 2013-03-12.
43. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 171
44. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 176
45. **^** Boyer & Merzbach 1991, hlm. 168
46. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 15–16, 175, 184–186, 205.
47. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 176–177
48. ^ **a b** Boyer & Merzbach 1991, hlm. 202
49. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 177
50. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 178
51. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 179
52. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 180
53. **^** Azarian, Mohammad K. [2010]. "al-Risāla al-muhītīyya: A Summary". Missouri Journal of Mathematical Sciences. **22** [2]: 64–85. doi:10.35834/mjms/1312233136 .
54. **^** O'Connor, John J.; Robertson, Edmund F. [1999]. "Ghiyath al-Din Jamshid Mas'ud al-Kashi". MacTutor History of Mathematics archive. Diakses tanggal Augustus 11, 2012. Parameter |separator= yang tidak diketahui akan diabaikan [bantuan]; Periksa nilai tanggal di: |accessdate= [bantuan]Pemeliharaan CS1: Banyak nama: authors list [link]

57. ^ **a** **b** Arndt & Haenel 2006, hlm. 183
58. **^** Grienberger, Christoph [1960], Elementa Trigonometrica [PDF] [dalam bahasa Latin] Diarsipkan dari aslinya [PDF] pada tanggal 1 Februari 2014. Pendekatannya adalah 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 4196 < π < 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 4199.
59. ^ **a** **b** Arndt & Haenel 2006, hlm. 185–191
60. ^ **a** **b** **c** **d** Roy 1990, hlm. 101–102
61. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 185–186
62. **^** Joseph 1991, hlm. 264
63. ^ **a** **b** Arndt & Haenel 2006, hlm. 188. Newton quoted by Arndt.
64. ^ **a** **b** Arndt & Haenel 2006, hlm. 187
65. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 188–189
66. ^ **a** **b** Eymard & Lafon 1999, hlm. 53–54
67. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 189
68. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 156
69. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 192–193
70. ^ **a** **b** Arndt & Haenel 2006, hlm. 72–74
71. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 192–196, 205
72. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 194–196
73. ^ **a** **b** Borwein, J. M.; Borwein, P. B. [1988]. "Ramanujan and Pi". Scientific American. **256** [2]: 112–117. Bibcode:1988SciAm.258b.112B. doi:10.1038/scientificamerican0288-112.
    Arndt & Haenel 2006, hlm. 15–17, 70–72, 104, 156, 192–197, 201–202
74. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 69–72
75. **^** Borwein, J. M.; Borwein, P. B.; Dilcher, K. [1989]. "Pi, Euler Numbers, and Asymptotic Expansions". American Mathematical Monthly. **96** [8]: 681–687. doi:10.2307/2324715.
76. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 223

78. ^ **a b** Posamentier & Lehmann 2004, hlm. 284
79. **^** Lambert, Johann, "Mémoire sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendantes circulaires et logarithmiques", reprinted in Berggren, Borwein & Borwein 1997, hlm. 129–140
80. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 196
81. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 165.
82. ^ **a b c d e** Arndt & Haenel 2006, hlm. 166
83. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 205
84. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 197. See also Reitwiesner 1950.
85. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 197
86. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 15–17
87. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 131
88. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 132, 140
89. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 87
90. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 111 [5 times]; pp. 113–114 [4 times].
91. ^ **a b c** Bailey, David H. [16 May 2003]. "Some Background on Kanada's Recent Pi Calculation" [PDF]. Diakses tanggal 12 April 2012.
92. **^** Arndt & Haenel 2006, p. 17. « 39 chiffres π suffisants pour calculer le volume de l’univers au niveau atomique. »
    Compte tenu des chiffres supplémentaires nécessaires pour compenser l’arrondi, Arndt a conclu que quelques centaines de chiffres étaient suffisants pour tout calcul scientifique.
93. **^** Arndt & Haenel 2006, pp. 17-19
94. **^** Schudel, Matt [25 mars 2009]. « John W. Wrench, Jr.: Le mathématicien avait un goût pour Pi ». Le Washington Post. p. B5.
95. **^** « La grande question: à quel point sommes-nous proches de connaître la valeur précise de pi? ». L’Indépendant. 8 janvier 2010. (consulté le 14 avril 2012)
96. **^** Arndt & Haenel 2006, p. 18

99. ^ Arndt & Haenel 2006, pp. 104, 206
100. ^ Arndt & Haenel 2006, pp. 110-111
101. ^ Eymard & Lafon 1999, p. 254
102. ^ Arndt & Haenel 2006, pp. 110-111, 206
103. ^ Bellard, Fabrice, « Computation of 2700 billion decimal digits of Pi using a Desktop Computer », 11 février 2010.
104. ^ Plouffe, Simon [avril 2006]. « Identités inspirées par les carnets de Ramanujan [partie 2] » [PDF]. (consulté le 10 avril 2009)
105. ^ Arndt & Haenel 2006, p. 39
106. ^ Ramaley, J. F. [octobre 1969]. « Problème de nouilles de Buffon ». L’American Mathematical Monthly. **76** [8] : 916 à 918. doi:10.2307/2317945. JSTOR 2317945.
107. ^ Arndt & Haenel 2006, pp. 39-40
108. ^ Posamentier & Lehmann 2004, p. 105
109. ^ Arndt & Haenel 2006, p. 43
110. ^ Posamentier & Lehmann 2004, pp. 105-108
111. ↑ **a et b** Arndt & Haenel 2006, pp. 77-84
112. ↑ **a et b** Gibbons, Jeremy, « Unbounded Spigot Algorithms for the Digits of Pi », 2005. Gibbons a produit une version améliorée de l’algorithme de Wagon.
113. ↑ **a et b** Arndt & Haenel 2006, p. 77
114. ^ Rabinowitz, Stanley; Wagon, Stan [1995]. « Un algorithme de robinet pour les chiffres de Pi ». American Mathematical Monthly. **102** [3] : 195 à 203. doi:10.2307/2975006. Le paramètre inconnu |month= sera ignoré [help]
115. ↑ **a et b** Arndt & Haenel 2006, pp. 117, 126-128
116. ^ Bailey, David H.; Borwein, Peter B.; et Plouffe, Simon [1997]. « Sur le calcul rapide de diverses constantes polylogarithmiques » [PDF]. Mathématiques du calcul. **66** [218] : 903 à 913. doi:10.1090/S0025-5718-97-00856-9. Inconnu |month= paramètre sera ignoré [help]CS1 maint: Noms multiples: liste des auteurs [lien]
117. ^ Arndt & Haenel 2006, p. 128.

nième chiffre binaire de pi ». Archivé à partir de l'original le 2007-09-12. (consulté le 27 octobre 2007)

120. **^** Palmer, Jason [16 septembre 2010]. « Pi record brisé alors que l'équipe trouve deux quadrillionth chiffres ». BBC News. (consulté le 26 mars 2011)
121. **^** Bronshteĭn & Semendiaev 1971, pp. 200, 209
122. **^** [Anglais] Weisstein, Eric W. « Semicircle ». MathWorld.
123. ↑ **a et b** Ayers 1964, p. 60
124. ↑ **a et b** Bronshteĭn & Semendiaev 1971, pp. 210-211
125. **^** [Anglais] Weisstein, Eric W. « Cauchy Integral Formula ». MathWorld.
126. **^** Joglekar, S.D. [2005], Mathematical Physics, Universities Press, p. 166, ISBN 978-81-7371-422-1 .
127. ↑ **a et b** Klebanoff, Aaron [2001]. « Pi dans l'ensemble Mandelbrot » [PDF]. Fractales. **9** [4] : 393 à 402. doi:10.1142/S0218348X01000828. Archivé [PDF] à partir de l'original le 2012-04-06. (consulté le 14 avril 2012)
128. **^** Peitgen, Heinz-Otto, Chaos and fractals: new frontiers of science, Springer, 2004, pp. 801-803, ISBN 978-0-387-20229-7.
129. **^** Bronshteĭn & Semendiaev 1971, pp. 191-192
130. **^** Bronshteĭn & Semendiaev 1971, p. 190
131. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 41–43
132. **^** Ogilvy, C. S.; Anderson, J. T., Excursions in Number Theory, Dover Publications Inc., 1988, pp. 29–35, ISBN 0-486-25778-9.
133. **^** Arndt & Haenel 2006, hlm. 43
134. **^** Feller, W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. 1, Wiley, 1968, hlm. 174–190.
135. ^ **a b** Bronshteĭn & Semendiaev 1971, hlm. 106–107, 744, 748
136. **^** Halliday, David; Resnick, Robert; Walker, Jearl [1997], Fundamentals of Physics [edisi ke-5th], John Wiley & Sons, hlm. 381, ISBN 0-471-14854-7 Pemeliharaan CS1: Menggunakan parameter penulis [link]

2007.

138. ^ Yeo, Adrian [2006], The pleasures of pi, e and other interesting numbers, World Scientific Pub, hlm. 21, ISBN 978-981-270-078-0 .
139. ^ Ehlers, Jürgen [2000], Einstein's Field Equations and Their Physical Implications, Springer, hlm. 7, ISBN 978-3-540-67073-5 .
140. ^ Nave, C. Rod [28 June 2005]. "Coulomb's Constant". HyperPhysics. Georgia State University. Diakses tanggal 9 November 2007.
141. ^ Itzykson, C.; Zuber, J-B. [1980], Quantum Field Theory, McGraw-Hill .
142. ^ Low, Peter [1971], Classical Theory of Structures Based on the Differential Equation, CUP Archive, hlm. 116–118, ISBN 978-0-521-08089-7 .
143. ^ Batchelor, G.K. [1967], An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press, hlm. 233, ISBN 0-521-66396-2 .
144. ^ Bracewell, R.N. [2000], The Fourier Transform and Its Applications, McGraw-Hill, ISBN 0-07-116043-4 .
145. ^ **a b c** Arndt & Haenel 2006, hlm. 44–45
146. ^ "Most Pi Places Memorized", Guinness World Records.
147. ^ Otake, Tomoko [17 Desember 2006]. "How can anyone remember 100,000 numbers?". The Japan Times. Diakses tanggal 27 Oktober 2007.
148. ^ Raz, A.; Packard, M. G. [2009]. "A slice of pi: An exploratory neuroimaging study of digit encoding and retrieval in a superior memorist". Neurocase. **15**: 361–372. doi:10.1080/13554790902776896. PMID 19585350.
149. ^ Keith, Mike. "Cadaeic Cadenza Notes & Commentary". Diakses tanggal 29 July 2009.
150. ^ Keith, Michael; Diana Keith [February 17, 2010]. Not A Wake: A dream embodying [pi]'s digits fully for 10000 decimals. Vinculum Press. ISBN 978-0963009715.

Catatan kaki

1. ^ Ptolemaeus menggunakan pendekatan tiga-digit-seksagesimal, dan Jamshīd al-Kāshī mengembangkan pendekatan ini hingga sembilan digit; lihat Aaboe, Asger

2. ^ "Kita dapat menyimpulkan bahwa meskipun bangsa Mesir kuno tidak dapat mendefinisikan nilai π dengan tepat, dalam praktiknya mereka menggunakannya".
3. ^ Untuk sederetan penjelasan mengenai bentuk piramida yang tak melibatkan π, lihat Roger Herz-Fischler [2000]. The Shape of the Great Pyramid. Wilfrid Laurier University Press. hlm. 67–77, 165–166. ISBN 9780889203242. Diakses tanggal 2013-06-05.
4. ^ Ayat tersebut adalah 1 Kings:7:23-NKJV dan 2 Chronicles:4:2-NKJV
5. ^ L'idée que ces étangs sont de forme hexagonale a été donnée comme explication de cette disparité. Voir Borwein, Jonathan M.; Bailey, David H. [2008]. Mathematics by Experiment: Plausible Reasoning in the 21st century [2e éd. révisée]. A. K. Peters. ISBN 978-1-56881-442-1. Pp. 103, 136, 137.
6. ^ Grienberger atteint 39 chiffres en 1630 ; Sharp 71 chiffres en 1699.
7. ^ La valeur d'évaluation était 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 4196 < π < 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 4199.
8. ^ [formule 16.10]. Notez que [n − 1]n[n + 1] = n3 − n.
9. ^ Dans Schepler 1950, p. 220 : William Oughtred utilise les lettres π pour représenter la circonférence d'un cercle.
10. ^ Borwein & Borwein 1987 pour les détails de l'algorithme.
11. ^ PSLQ signifie Somme partielle des moindres carrés.
12. ^ Un programme informatique a également été créé pour implémenter l'algorithme Wagon tap uniquement dans un logiciel totalisant 120 caractères.
13. ^ Plouffe a également inventé l'algorithme d'extraction des chiffres décimaux, mais cet algorithme est plus lent que le calcul direct de tous les chiffres π.
14. ^ Ce théorème a été prouvé par Ernesto Cesàro en 1881. Pour plus de détails, voir Hardy, G. H., An Introduction to the Theory of Numbers, Oxford University Press, 2008, ISBN 978-0-19-921986-5, théorème 332.

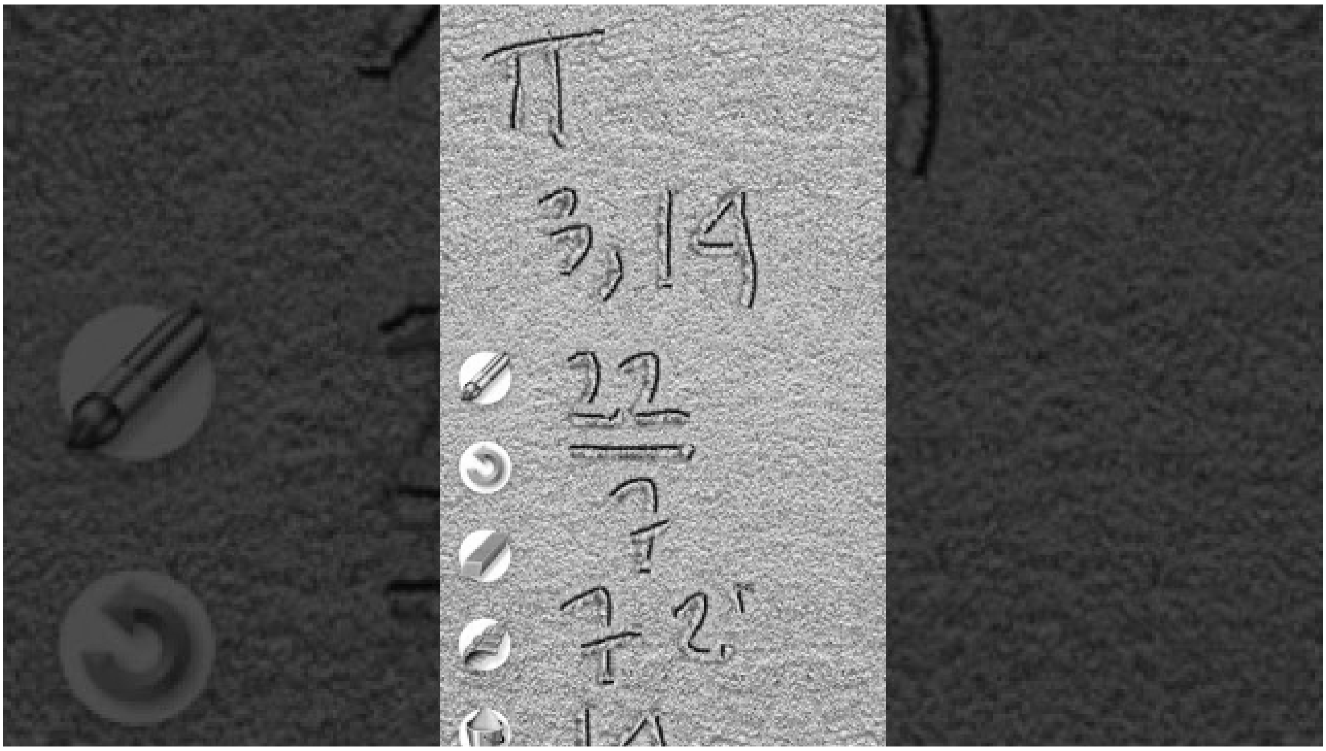
Bibliographie

- Arndt, Jörg; Haenel, Christoph [2006]. Pi déchaîné. Springer-Verlag. ISBN 978-3-540-66572-4. Consulté le 2013-06-05. Traduction anglaise par Catriona et David Lischka.
- Ayers, Frank [1964]. Calcul. McGraw-Hill. ISBN 978-0-070-02653-7.

- Beckmann, Peter [1989] [1974]. Histoire de Pi. St. Martin’s Press. ISBN 978-0-88029-418-8.
- Borwein, Jonathan; Borwein, Peter [1987]. Pi et l’AGA : une étude sur la théorie analytique des nombres et la complexité computationnelle. Wiley. ISBN 978-0-471-31515-5.
- Boyer, Carl B.; Merzbach, Uta C. [1991]. Une histoire des mathématiques [2e éd.]. Wiley. ISBN 978-0-471-54397-8.
- Bronshteĭn, Ilia; Semendiaev, K. A. [1971]. Un guide des mathématiques. H. Deutsch. ISBN 978-3-871-44095-3.
- Eymard, Pierre, Lafon, Jean Pierre [1999]. Le nombre Pi. Société mathématique américaine. ISBN 978-0-8218-3246-2. CS1 maint: Noms multiples: liste des auteurs [lien] , traduction anglaise par Stephen Wilson.
- Joseph, George Gheverghese [1991]. La crête du paon: racines non européennes des mathématiques. Presses de l’Université de Princeton. ISBN 978-0-691-13526-7. Consulté le 2013-06-05.
- Posamentier, Alfred S.; Lehmann, Ingmar [2004]. Pi: Une biographie du nombre le plus mystérieux du monde. Prometheus Livres. ISBN 978-1-59102-200-8.
- Reitwiesner, George [1950]. « Une détermination ENIAC de pi et e à 2000 décimales ». Tables mathématiques et autres aides au calcul. **4** [29] : 11 à 15. doi:10.2307/2002695.
- Roy, Ranjan [1990]. « La découverte de la formule de série pour pi par Leibniz, Gregory et Nilakantha ». Magazine de mathématiques. **63** [5] : 291 à 306. doi:10.2307/2690896.
- Schepler, H. C. [1950]. « La chronologie de Pi ». Magazine de mathématiques. Association mathématique d’Amérique. **23** [3] : 165–170 [janv./fév], 216-228 [mars/avril] et 279-283 [mai/juin]. doi:10.2307/3029284. étiquette. numéro 3 janv./févr., 4 mars/avr., 5 mai/juin

- Programme en Pascal sur l’utilisation de π[lien mort permanent]
- Une brève histoire de π
- Pi-mémoire

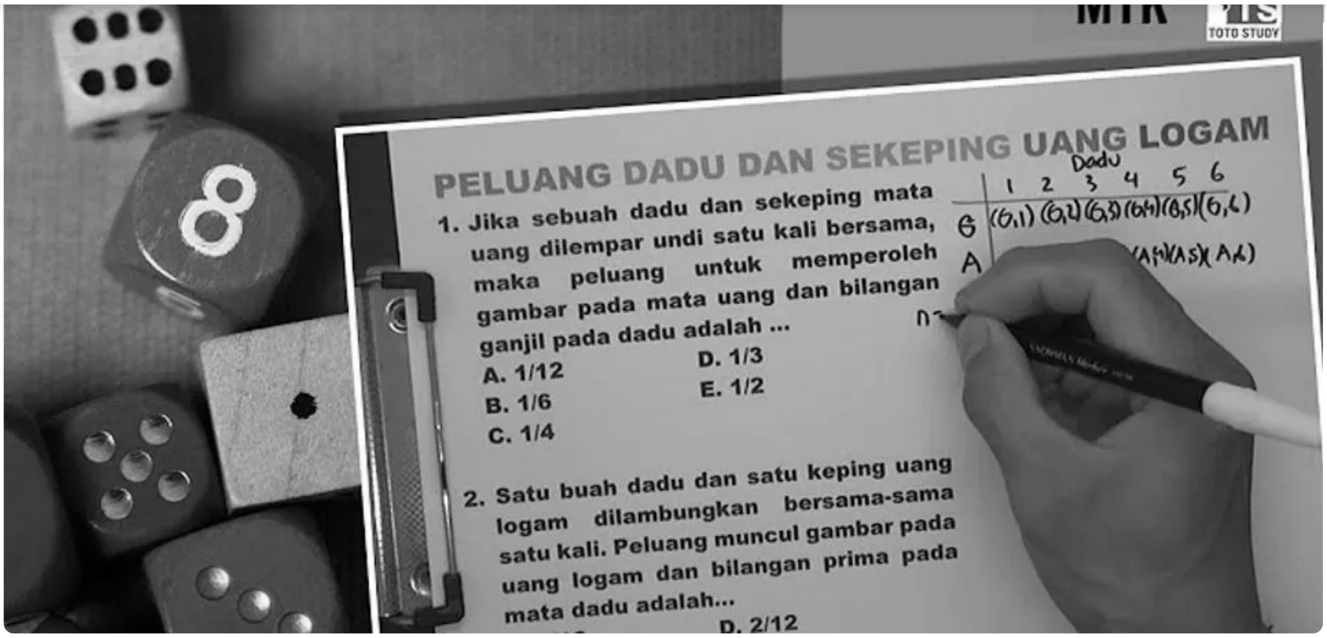
Video liên quan



Pos Terkait

Apa maksud sim 2 bersifat hybrid

Jika Anda menggunakan ponsel cerdas, Anda sudah terbiasa dengan istilah slot Slot SIM ganda ’. Slot Dual Sim memungkinkan Anda untuk memiliki dua kartu SIM pada telepon yang sama, baik CDMA atau ...



Pada percobaan 4 mata uang logam dilempar sekali tentukan ruang sampelnya

1. Ruang Sampel Setiap peluang suatu kejadian [probabilitas] dipengaruhi oleh banyaknya titik sampel dan ruang sampelnya Contoh: a. Kejadian melempar sebuah uang logam. Titik sampelnya: A, G Ruang ...

Bentuk pemerintahan dari negara indonesia berdasarkan undang-undang dasar 1945 yakni

Lihat Foto Dok. Kompas TV Tugu NKRI di Pulau Sebatik KOMPAS.com - Setiap negara di dunia memiliki bentuk negara dan bentuk pemerintahan untuk menjalankan sistem pemerintahannya. Bentuk ...

Bagaimana isi perjanjian giyanti tahun 1755 jelaskan

Home Nasional Nasional Lainnya tim | CNN Indonesia Jumat, 11 Jun 2021 13:00 WIB Perjanjian Giyanti adalah perjanjian antara VOC dan Kerajaan Mataram yang ditandatangani pada 13 Februari ...

Tata cara pengisian spt tahunan pph orang pribadi

Jakarta - Surat Pemberitahuan atau SPT adalah surat yang digunakan Wajib Pajak guna melakukan pelaporan perhitungan atau pembayaran pajak, objek pajak atau bukan pajak, harta dan kewajiban sesuai ...

Posisi dan peran Indonesia dalam kerjasama di bidang teknologi

Lihat Foto freepik.com/jm1366 Mengenal apa peran Indonesia dalam bidang ekonomi di ASEAN JAKARTA, KOMPAS.com – Association of Southeast Asian Nations atau ASEAN adalah organisasi yang dibentuk ...

Perhatikan tabel hubungan antara jenis jaringan hewan dan fungsinya berikut

Halo Pahamifren, siapa di antara kamu yang punya hewan peliharaan? Pernahkah kamu amati fungsi biologis pada hewan peliharaanmu? Nah, kali ini, Mipi mau mengajak kamu membahas Materi Biologi Kelas 11 ...

Arti kata "mob" bahasa Inggris dalam bahasa Indonesia

Arti kata mob bahasaUang atas pelacurContohArti kata mob bahasaUang lebih dari pelacur !!!ContohUang lebih dari pelacur !!!Arti kata mob bahasauang? Pelacur? uang!! massaContohUang lebih dari pelacur ...

Bagaimana penerapan Pancasila pada orde baru brainly?

Lihat Foto Seventh News Service via National Geographic Indonesia Presiden Soekarno menutup kuping saat mendengar musk ngak ngik ngok KOMPAS.com - Pancasila adalah dasar negara dan ideologi ...

Tokoh antagonis dalam cerita asal-usul danau toba adalah

Q.apa arti wawancaragweh come back contoh kata2 bahasa indonesia yang berawalan huruf D (20) dan contoh kata kata bhs indo yang berawalan huruf Y (20) terima kasih.... Apa kelebihan ...

Sebuah kerucut memiliki sisi alas dengan diameter 28 cm jika tinggi kerucut adalah 12 cm

Top 1: Suatu kerucut memiliki diameter 28 cm dan tinggi 6... - Roboguru Pengarang: roboguru.ruangguru.com - Peringkat 198 Ringkasan: Jawaban yang benar untuk pertanyaan tersebut adalah tidak ada ...

Pada gambar tari di bawah ini penari menggunakan level

Ketika kita melakukan gerak pada suatu tari, ada kalanya posisi badan kita tingkatannya tinggi seperti pada saat berdiri atau melompat, maupun rendah, seperti pada saat merunduk atau bahkan duduk. ...

Dua buah dadu dilemparkan bersama sama peluang muncul mata dadu berjumlah 7 adalah

Top 1: Soal Dua dadu dilempar bersama-sama satu kali .... Top 1: dua buah dadu dilempar bersama sama peluang muncul ... - Brainly Pengarang: brainly.co.id - Peringkat 100 Ringkasan: . ...

Saat hari kiamat tiba satu-satunya yang tidak binasa adalah

KIAMAT. Peristiwa yang tidak bisa dihindari oleh setiap makhluk yang hidup di dunia. Besarnya peristiwa ini, hingga tidak ada satupun makhluk yang bisa bertahan dari dahsyatnya kehancuran dunia.Tapi, ...

Arti kata "i dont swing that way" bahasa Inggris dalam bahasa Indonesia

Arti kata i dont swing that way bahasaSaya bukan seksualitas itu.Sebagian besar dikatakan seperti saya bukan homoseksual.ContohPria: Ingin pergi makan malam kapan -kapan? Pria: Maaf saya tidak ...

Memotong pembicaraan narasumber merupakan sikap yang titik-titik saat wawancara

Kupu-kupu termasuk dalam kelompok serangga. Kupu-kupu biasanya memiliki warna yang indah cemerlang. Kupu-kupu tidak berbahaya bagi manusia. Daur hidup kupu-kupu bermula dari telur yang melekat pada ...

Suatu pembelian tanah secara tunai akan dicatat sebagai

Bagaimana cara mencatat transaksi pembelian aktiva tetap secara tunai? Adanya transaksi pembelian secara tunai, akan menambah nilai aktiva tetap tersebut di sebelah debet sebesar harga perolehannya. ...

Diantara pernyataan dibawah ini manakah yang tidak sesuai dengan hukum kekekalan energi mekanik

Rumus kekekalan energi. Pembangkit Listrik tenaga Hidro. Top 1: Pernyataan yang benar tentang hukum kekekalan energi ... - Brainly Pengarang: brainly.co.id - Peringkat 102 Ringkasan: . Pertanyaan ...

Bagian pembuka surat pribadi tersebut dapat dilengkapi dengan kalimat

Bagian-bagian surat pribadi. Sumber: pixabay.comSurat pribadi merupakan jenis surat yang penulisannya tidak memerlukan aturan baku karena dapat ditulis dengan pola bebas sesuai dengan keinginan. ...

Hewan apa saja yang dapat dimanfaatkan sebagai penghasil bahan kerajinan?

Apa Saja Contoh Pemanfaatan Hewan sebagai Bahan Sandang? Ini Contoh Pemanfaatan Hewan untuk Sandang, Pangan, Obat, dan Penghasil Tenaga (Photo by Trinity Kubassek from Pexels) Bobo.id - Dalam ...