

Le Monde

JEUDI 23 OCTOBRE 1997

■ Les décimales du nombre π

Un étudiant français, Fabrice Bellard, est parvenu, grâce à de nouveaux algorithmes, à extraire certaines décimales inconnues de ce rapport mythique.

p. 25

Un jeune Français plonge dans les profondeurs du nombre π

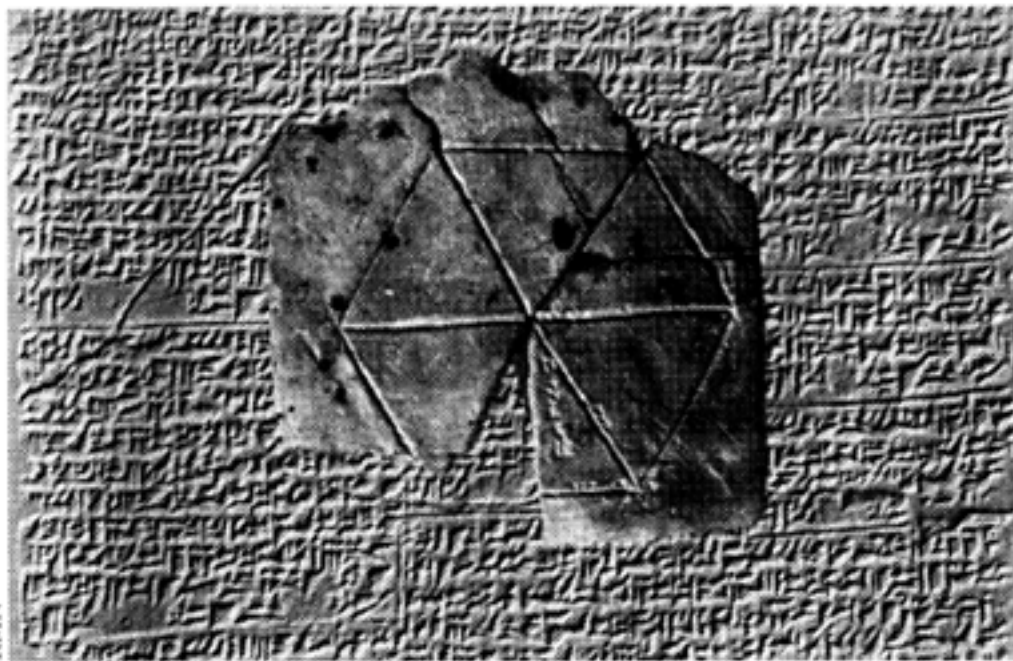
220 jours de « temps machine » et de nouveaux algorithmes ont été nécessaires à un étudiant, Fabrice Bellard, pour extraire certaines décimales inconnues de ce rapport mythique

LES MATHÉMATIQUES aussi ont leurs conquérants de l'impossible. Des aventuriers cérébraux capables d'explorer des mondes à « n » dimensions ou de naviguer aux franges du monde fractal. Fabrice Bellard serait plutôt un apnéiste numérique. Son grand bleu ? Le nombre π , celui qui désigne le rapport du cercle à son diamètre. Autrement dit, 3,141 592 653... Après une plongée de deux cent vingt jours de « temps machine », le jeune polytechnicien est parvenu à atteindre, début octobre, une décimale de π qui, en langage binaire, serait la mille milliardième. Record battu.

Cette performance le place aux côtés du Japonais Yasumasa Kanada, de l'université de Tokyo, qui fait de un sommet dont il gravit une à une les décimales après la virgule. Fin juillet, il en avait calculé plus de cinquante milliards (51 539 607 552 très exactement), détrônant grâce à son super-calculateur Hitachi SR 2201 les frères Chudnovsky, de l'université de New York, ses seuls rivaux dans une discipline qui compte bien peu d'adeptes (*Le Monde* du 29 juillet). Le nouveau record est aussi d'un autre ordre que les tours de force mnémotechniques de certains prodiges, tel ce Japonais de vingt-trois ans, Hiroyuki Goto, qui a été capable en 1995 de réciter par cœur, et pendant neuf heures, 42 000 décimales de π ! La quête de Fabrice Bellard procède plutôt du sondage, comme s'il éclairait grâce à ses machines quelques décimales très éloignées, sans pouvoir distinguer celles qui les précèdent.

BON ÉLÈVE

L'intérêt pour π de cet élève de l'École nationale supérieure des télécommunications a été éveillé au collège par sa mère – elle-même professeur de mathématiques. En classe préparatoire, il s'amuse avec un camarade à calculer le plus vite possible un million de décimales sur un PC. Puis à Polytechnique, la mise



Sur une tablette babylonienne vieille de 4 000 ans, on a trouvé en caractères cunéiformes l'approximation $\pi = 3 + 1/8$. Les Babyloniens y seraient parvenus en comparant le périmètre du cercle avec celui de l'hexagone inscrit, égal à trois fois le diamètre.

au point d'une méthode rapide de calcul des grands nombres, appliquée à π , lui vaut une bonne note à un oral d'informatique !

Mais c'est en avril 1996 qu'il a la révélation, lorsqu'il tombe par hasard sur un article des Canadiens Bailey, Borwein et Plouffe, qui démontrent qu'il est possible de calculer n'importe quel chiffre de π en base 2 sans avoir à calculer les chiffres précédents. La découverte canadienne était totalement inattendue et ouvre de nouveaux horizons algorithmiques. Dans la foulée, Fabrice Bellard fait tourner une dizaine de stations de travail inutilisées pendant les vacances scolaires et atteint, le 7 octobre 1996, le quatre cent milliardième chiffre binaire de π .

L'idée d'un nouveau record lui vient après sa participation, en juin 1997, au DES Challenge, organisé par l'entreprise américaine RSA Data Security, qui lance régulièrement des défis aux « hackers » de tout poil. Il s'agit de décrypter un message codé en utilisant en parallèle plusieurs milliers de machines. Fabrice Bellard reprendra cette mé-

thode coopérative pour s'attaquer de nouveau à π , fin août, avec une formule plus rapide (40 % environ) que lors du précédent calcul.

« C'est un excellent exercice de programmation », assure-t-il. Il faut ensuite réussir à partager efficacement le calcul entre des ordinateurs reliés à un serveur central par un réseau peu fiable, Internet. La vérification, indispensable, consiste à refaire le calcul pour les n - 10 chiffres binaires : les chiffres des deux calculs se recouvrant doivent alors être identiques. Très fiable, ce contrôle double la durée des opérations.

APPLICATIONS ÉLECTRONIQUES

Divisée entre une trentaine de machines, le temps réel du calcul est de douze jours environ – vérification non comprise –, et Fabrice Bellard estime qu'avec les 1 024 microprocesseurs du super-ordinateur de Kanada ce travail aurait demandé cinq heures seulement. Mais la puissance n'est pas tout, il faut la domestiquer par « de nouvelles formules, elles-mêmes issues de jolies théories », comme celles énoncées par l'autodidacte indien Srinivasa

Ramanujan (1887-1920), aux intuitions fulgurantes et encore parfois mal comprises.

Hormis ses vertus pédagogiques, cet exploit est-il bien utile ? Dans la pratique, pour les calculs trigonométriques les plus fins, on se contente d'un à quelques dizaines de décimales, disponibles depuis le début du XVIII^e siècle. « Le plus intéressant, ce sont les progrès des algorithmes », affirme Jean-Paul Delahaye, chercheur au laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (CNRS) et auteur d'un ouvrage passionnant, *Le Fascinant Nombre π* , dont il décrit les différents modes de calcul.

Ces trésors d'inventivité ont trouvé à s'employer dans d'autres domaines. « La méthode de la transformation de Fourier [1768-1830] discrète, mise en œuvre dans le calcul de π , permet de manipuler des grands chiffres, explique Jean-Paul Delahaye. Elle peut aussi être précieuse pour la compression de données ou le traitement du signal. » Des domaines aux applications électroniques très larges. La recherche de méthodes intermédiaires, mariant celle de Bellard et de Kanada, pourrait s'avérer fructueuse, « notamment pour certains travaux trigonométriques des physiciens ». Sans parler des mathématiques fondamentales, qui s'interrogent toujours sur la nature exacte de π .

Bref, sous ses aspects anodins, ce nombre continue de nourrir, après quatre millénaires, les cogitations des mathématiciens. Ce compagnon les a conduits dans des univers géométriques, arithmétiques, analytiques, logiques... dont, comme le conclut joliment Jean-Paul Delahaye, « ils ne savent jamais s'ils ne font que [les] découvrir, ou s'ils [les] construisent ».

Hervé Morin

★ *Le Fascinant Nombre π* , Jean-Paul Delahaye, Pour La Science/Belin, 226 p, 140 F.