

Ministère de l'éducation et de la science de l'Ukraine

UNIVERSITÉ PÉDAGOGIQUE D'ÉTAT DE KRYVYI RIH

Faculté de physique et de mathématiques Département de mathématiques et de méthodes d'enseignement

"Admis à la défense" Chef de service

_____ D. Bobylev

"____" _____20____p.

Numéro d'enregistrement _____

"____" _____20____p.

Méthodes d'étude du nombre π dans le cours "Analyse mathématique"

Travail de qualification d'un étudiant du

groupe MIM-23

Master en enseignement supérieur

spécialité 014.04 Enseignement secondaire

(mathématiques), spécialité complémentaire 014.09

Enseignement secondaire (informatique)

Yevhen Oleksandrovych Kushpetiuk

Chef du département : Candidat en sciences techniques,

Professeur Vladimir Korolsky

Évaluation :

Barème national _____

Barème ECTS Nombre de points Président de la

CE _____

(signature) (nom, initiales)

Membres du CE _____

(signature) (nom, initiales)

(signature) (nom, initiales)

(signature) (nom, initiales)

(signature) (nom, initiales)

Kryvyi Rih - 2024

SOMMAIRE

SOMMAIRE	2
INTRODUCTION	4
SECTION I. INFORMATIONS HISTORIQUES SUR LES MÉTHODES DE CALCUL DU NOMBRE " π "	
.....	6
1.1 Méthodes de calcul du nombre " π " dans l'Antiquité	6
1.2 Méthodes calculer le nombre " π " à l'époque moderne à l'aide de l'informatique	16
Conclusions de la section I.....	19
II SECTION. analyse et comparaison de la précision du calcul du nombre " π " par des méthodes connues.....	22
2.1 Méthodes utilisant les formules de mathématiciens célèbres	22
2.2 Méthodes utilisant des séries de nombres connus	26
2.3 Méthodes utilisant des intégrales définies.....	28
2.4 Infographie	35
2.5 Mathématiques informatiques	39
Conclusions de la section II	47
III SECTION. Résolution de problèmes visant à obtenir des formules de calcul du nombre π .	50
3.1 =cercle de rayon R 1	
50Algorithmes pour la résolution de problèmes impliquant l'utilisation d'un carré de un côté $a = 1$ situé dans le système de coordonnées Ohu en liaison avec un quart de	
3.2 Problèmes impliquant l'utilisation d'un triangle isocèle et de nombresséries de	58
Conclusions de la section III	62
CONCLUSIONS	65
LISTE DES RÉFÉRENCES	68
ANNEXES.....	72
Annexe A. Tableaux de calcul historiques.....	72

INTRODUCTION

Pertinence de l'étude.

Le nombre π est une constante mathématique fondamentale que l'on retrouve dans de nombreuses branches des mathématiques, notamment la géométrie, la trigonométrie, l'analyse mathématique et la théorie des nombres. Il est difficile de surestimer son importance, car π apparaît dans des formules décrivant des cercles, des sphères, des cylindres et d'autres formes géométriques, ainsi que dans des équations modélisant des phénomènes physiques tels que les vibrations et les processus ondulatoires. L'étude du nombre π dans un cours d'analyse mathématique est extrêmement importante, car elle permet aux étudiants de comprendre les liens profonds entre différents concepts et formules mathématiques, ainsi que de maîtriser les méthodes de calcul précis qui sont nécessaires au développement ultérieur des disciplines mathématiques et techniques.

La méthodologie de l'étude du nombre π dans un cours d'analyse mathématique est d'une grande importance pour le développement des compétences analytiques des étudiants. Elle comprend à la fois des aspects historiques du développement des méthodes de calcul de π et des algorithmes modernes utilisés pour atteindre une grande précision. La connaissance du contexte historique permet aux élèves de comprendre comment les idées et les outils mathématiques se sont développés et d'apprécier l'importance des contributions d'éminents mathématiciens du passé. En même temps, la maîtrise des méthodes modernes de calcul de π est nécessaire pour préparer les étudiants à travailler avec les technologies informatiques et les outils logiciels modernes.

En outre, la méthode d'étude du nombre π au cours de l'analyse mathématique revêt une importance pratique. La connaissance des méthodes de calcul de π est nécessaire pour effectuer divers calculs techniques et scientifiques, y compris le calcul de l'aire, du volume et de la surface des formes géométriques, l'analyse des processus physiques modélisés par des équations utilisant π . Dans le domaine de l'infographie et de la modélisation, il est également nécessaire de pouvoir calculer avec précision π pour le rendu et la simulation d'objets et de processus. Par conséquent, l'étude de π dans le cadre d'un cours d'analyse mathématique permet aux étudiants d'acquérir les compétences nécessaires à leurs futures activités professionnelles.

En même temps, l'étude du nombre π dans l'analyse mathématique nécessite une amélioration de la méthodologie en ce qui concerne les nouvelles capacités de calcul. Le développement de méthodes modernes de calcul et l'analyse de leur précision nous permettront de maîtriser plus efficacement ce concept important.

Objet et sujet de l'étude.

L'objet de l'étude est le processus de calcul du nombre π et son application dans divers domaines scientifiques et techniques.

L'étude porte sur les méthodes de calcul du nombre.

But et objectifs de l'étude.

L'objectif de cette étude est de systématiser les connaissances sur les méthodes de calcul du nombre π , d'analyser leur efficacité et leur précision, et de développer de nouvelles approches pour calculer π à l'aide de formes géométriques. Pour atteindre cet objectif, il est nécessaire d'étudier l'évolution historique des méthodes de calcul de π , de comparer les différentes approches, d'identifier leurs avantages et leurs inconvénients et de proposer de nouvelles méthodes basées sur l'utilisation de polygones inscrits dans un cercle.

Les objectifs de l'étude sont les suivants :

1. Effectuer une analyse historique des méthodes de calcul du nombre π , en étudiant les approches des civilisations anciennes, des mathématiciens du Moyen Âge et de la Renaissance, ainsi que les méthodes modernes.
2. Analyser les méthodes classiques de calcul du nombre π , telles que la méthode d'Archimède, la série de Leibniz, la série d'Euler, la méthode de Wallis et d'autres, en déterminant leur précision et leur efficacité.
3. Comparer les différentes méthodes de calcul du nombre, en identifiant leurs avantages et leurs inconvénients, ainsi que les conditions dans lesquelles elles sont les plus efficaces.
4. Développer de nouvelles méthodes de calcul du nombre π basées sur l'utilisation de formes géométriques, telles qu'un carré de paramètres $a=1$ et un cercle de rayon $R=1$, et de polygones inscrits.
5. Examiner les applications pratiques des méthodes de calcul du nombre π dans les calculs d'ingénierie, l'infographie et les mathématiques computationnelles.

SECTION I. INFORMATIONS HISTORIQUES SUR LES MÉTHODES DE CALCUL DU NOMBRE " π "

1.1 Méthodes de calcul du nombre " π " dans 'Antiquité.

Le nombre π est une constante mathématique qui représente le rapport entre la circonférence d'un cercle et son diamètre. Il possède un nombre insaisissable de et est l'un des nombres les plus importants en mathématiques.

Dans l'Antiquité, de nombreuses grandes civilisations, telles que les Grecs, les Égyptiens et les Babyloniens, ont étudié la nature et développé les mathématiques. Ils se sont également intéressés au nombre " π " et ont essayé de trouver des moyens de le calculer. Cependant, leurs méthodes de calcul étaient assez primitives par rapport aux algorithmes modernes. Elles peuvent être divisées en cinq étapes principales :

1) Depuis les premières et plus célèbres méthodes de calcul du nombre " π " proposées par Archimède

Archimède de Syracuse, éminent scientifique et mathématicien de la Grèce antique du troisième siècle avant J.-C., a apporté une contribution significative au développement des mathématiques, en particulier dans le domaine du calcul du nombre " π ". Sa méthode, basée sur des constructions géométriques de polygones droits inscrits et circonscrits, est devenue l'une des premières et des plus précises méthodes d'approximation de la valeur de cette constante mathématique.

Archimède s'est rendu compte qu'un cercle peut être représenté par un polygone régulier à plusieurs côtés. Il a découvert que plus un polygone a de côtés, plus il se rapproche du cercle. Cette idée est à la base de sa méthode de calcul du nombre π . Archimède a utilisé des polygones réguliers successivement inscrits et décrits, en commençant par des polygones à six et douze côtés et en augmentant progressivement le nombre de côtés jusqu'à 96. Cette approche lui a permis d'obtenir des valeurs de plus en plus précises du nombre " π " à chaque étape.

Le procédé de calcul proposé par Archimède consistait à calculer les périmètres des polygones inscrits et circonscrits. Pour ce faire, il a utilisé des théorèmes géométriques et d'autres principes mathématiques.

Par exemple, il a calculé les longueurs des côtés des polygones à l'aide de fonctions trigonométriques et de calculs algébriques, ce qui lui a permis de déterminer avec précision les périmètres des polygones. Ces périmètres ont ensuite été utilisés pour calculer

une valeur approximative de la circonférence du cercle, ce qui nous a permis de déterminer le nombre " π ".

Archimède a découvert que le périmètre d'un polygone inscrit sera toujours plus petit que la circonférence d'un cercle, et que le périmètre d'un polygone circonscrit sera toujours plus grand. En utilisant ces rapports, il a pu établir les limites dans lesquelles se situe la valeur du nombre " π ". Il a notamment prouvé que la valeur de " π " est comprise entre $3 \frac{10}{71}$ et $3 \frac{1}{7}$. À l'époque, il s'agissait de l'approximation la plus précise du nombre " π ", car elle utilisait une méthode relativement simple basée sur des formes géométriques et des calculs.

La méthode d'Archimède a constitué une avancée significative pour la science mathématique. Elle a démontré que les constructions géométriques peuvent être un outil efficace pour obtenir une approximation précise de constantes mathématiques complexes. Cette approche a non seulement permis d'obtenir une grande précision dans la détermination du nombre π , mais elle a également servi de base à d'autres recherches dans ce domaine. L'utilisation de polygones inscrits et circonscrits est devenue la méthode standard de calcul approximatif du nombre " π ", utilisée par de nombreux mathématiciens à l'avenir.

Les recherches d'Archimède sur le calcul du nombre " π " ont été très importantes pour le développement de la géométrie. L'utilisation de polygones inscrits et circonscrits a permis de déterminer avec plus de précision les surfaces et les périmètres de formes complexes. Cela a servi de base au développement de nombreuses autres branches des mathématiques, notamment la géométrie analytique et la trigonométrie.

La méthode d'Archimède a également inspiré de nombreux mathématiciens ultérieurs. Par exemple, au cinquième siècle, le mathématicien indien Arya Bhat a mis au point une méthode de calcul du nombre π à l'aide de séries mathématiques, qui constituait une amélioration de l'approche d'Archimède. Sa méthode a permis d'obtenir une précision encore plus grande dans la détermination du nombre " π " en utilisant des séries infinies et des calculs mathématiques.

Les mathématiciens chinois Liu Hui et Zu Chunzhi ont eux aussi utilisé l'approche d'Archimède pour calculer le nombre " π ". Au troisième siècle de notre ère, Liu Hui a proposé une méthode de calcul du nombre " π " à l'aide de

est un polygone régulier de 3072 inscrit dans un cercle. Il a calculé le périmètre de ce polygone et a obtenu la valeur de " π " égale à 3,141024, avec une précision de cinq décimales. Au cinquième siècle de notre ère, Zu Chunzhi a considéré des polygones inscrits et circonscrits de 24576 côtés et a calculé que la valeur de π était de 3,1415926, avec une précision de sept décimales.

Aujourd'hui, l'importance de la méthode d'Archimède ne peut être surestimée. Elle est devenue la base de nombreuses recherches et développements ultérieurs en mathématiques et en physique. L'utilisation de principes géométriques simples pour résoudre des problèmes mathématiques complexes a inspiré de nombreuses générations de mathématiciens. Cette méthode nous a permis d'obtenir une grande précision dans la détermination du nombre d'étoiles.

" π ", qui a servi de base à de nombreuses études ultérieures dans ce domaine.

Par exemple, l'importance de la méthode d'Archimède ne réside pas seulement dans son utilité pratique, mais aussi dans son influence sur le développement de la pensée mathématique. Il a montré que des problèmes mathématiques complexes pouvaient être résolus à l'aide de méthodes simples mais efficaces. Cette découverte a constitué une étape fondamentale dans le développement des mathématiques et de la science en général.

2) Une autre approche pour calculer nombre π a été proposée par Arya Bhat.

Arya Bhat, éminent mathématicien et astronome indien du cinquième siècle après J.-C., a proposé une méthode de calcul du nombre π nettement améliorée et très différente des approches de ses prédécesseurs. Jusqu'alors, les approches mathématiques du calcul du nombre π étaient principalement basées sur des méthodes géométriques, telles que la méthode des polygones proposée par Archimède, dont il a déjà été question.

Arya Bhat a proposé une approche innovante, qui consistait à utiliser des séries mathématiques pour calculer le nombre " π ". Il a introduit le concept de série infinie et a montré comment elle pouvait être utilisée pour obtenir des valeurs approximatives de cette constante. Il a notamment considéré la série de l'arctangente, ce qui lui a permis d'obtenir une valeur approchée du nombre " π " par substitution et calculs successifs. Il s'agit là d'un progrès important par rapport aux techniques géométriques d'Archimède, car l'utilisation de la méthode mathématique

La nouvelle série d'ensembles de données a permis d'obtenir une plus grande précision de calcul avec moins d'efforts.

Aria a calculé les quatre premiers termes de la série des arctangentes et les a utilisés pour obtenir une valeur de π égale à 3,141592. Il s'agit d'une précision inhabituelle pour l'époque, avec six chiffres corrects. Son approche a permis d'améliorer la précision des calculs à chaque itération suivante, car la méthode de Bhatia était basée sur un appareil mathématique qu'il avait lui-même introduit, ce qui rendait particulièrement précieuse par rapport aux méthodes précédentes, car elle permettait d'atteindre une précision inaccessible aux méthodes basées uniquement sur des approches géométriques.

La pertinence et l'importance de la contribution d'Arya Bhatia ne résident pas seulement dans la précision qu'il a atteinte, mais aussi dans le fait qu'il a introduit une nouvelle technique mathématique qui a considérablement élargi les possibilités de calcul. L'utilisation de séries d'arctangentes a été l'approche standard pour calculer le nombre " π " pendant de nombreux siècles. Même après l'apparition d'algorithmes plus efficaces grâce au développement des ordinateurs modernes, la méthode d'Arya Bhatia est restée un jalon important dans l'histoire des mathématiques, démontrant l'évolution des méthodes mathématiques et le développement de la théorie des nombres.

Arya Bhat a non seulement proposé une nouvelle méthode de calcul, mais il a également démontré comment les développements théoriques peuvent être appliqués pour résoudre des problèmes pratiques. Son travail est devenu un exemple de la manière dont la recherche mathématique peut conduire à des résultats pratiques significatifs. L'utilisation de séries infinies et le développement de la théorie de l'arctangente ont servi de base à d'autres recherches et découvertes mathématiques.

La méthode d'Arya Bhatia a non seulement amélioré la précision du calcul du nombre π , mais elle a également ouvert de nouvelles perspectives pour la recherche d'autres problèmes mathématiques. L'utilisation des séries infinies est devenue un outil fondamental dans le développement de l'analyse et de la théorie des fonctions, permettant aux mathématiciens d'atteindre de nouveaux sommets dans leurs recherches. L'introduction de cette méthode a également contribué à

le développement des mathématiques computationnelles, car il a nécessité la mise au point de nouvelles techniques pour traiter de grandes quantités de données et effectuer des calculs complexes.

3) La méthode de Liu Xiu au troisième siècle de notre ère.

Au troisième siècle de notre ère, le mathématicien chinois Liu Hui a proposé une autre approche pour calculer le nombre " π ", différente des méthodes d'Archimède et d'Arius Bhatia. Sa méthode était basée sur l'utilisation de polygones pour approximer un cercle. Liu Hui a utilisé des polygones inscrits et circonscrits, similaires à la méthode d'Archimède, mais il a amélioré cette approche en augmentant considérablement le nombre de côtés des polygones et en utilisant des calculs plus précis.

Liu Hui a commencé par un hexagone, comme Archimède, et a progressivement augmenté le nombre de côtés du polygone inscrit pour rapprocher sa forme d'un cercle. Il a utilisé des formules mathématiques pour calculer les longueurs des côtés des polygones et leurs périmètres, ce qui lui a permis d'obtenir des valeurs plus précises du nombre " π ". Par exemple, pour un polygone de 96 côtés, il a obtenu une valeur de 3,14159, ce qui était extrêmement précis pour l'époque.

L'une des principales améliorations de la méthode de Liu Hui a été l'application du principe du doublement du nombre de côtés d'un polygone à chaque étape du calcul. Cela a permis d'augmenter la précision de l'approximation du nombre d'habitants.

" π ". Contrairement aux approches précédentes, la méthode de Liu Hui est plus systématique et cohérente, ce qui permet d'obtenir des résultats précis avec moins d'efforts de calcul.

Liu Hui a également apporté une contribution importante au développement des fondements théoriques de sa méthode. Il a mis au point des formules et des règles mathématiques qui ont permis de calculer avec une grande précision les périmètres des polygones inscrits et circonscrits. Ses travaux ont constitué une étape importante dans le développement des mathématiques chinoises et ont influencé les recherches ultérieures dans ce domaine.

En outre, Liu Hui a activement utilisé sa méthode en astronomie et en géodésie. Il a utilisé ses calculs pour déterminer la taille et la distance des corps célestes, ainsi que pour cartographier et mesurer les . Sa méthode de calcul du nombre " π " est devenue la norme dans les mathématiques chinoises pour le calcul du nombre " π ".

depuis de nombreux siècles et est restée l'une des plus précises jusqu'à l'avènement des méthodes de calcul modernes.

Il convient de noter que la méthode de Liu Hui était beaucoup plus précise et efficace que les approches précédentes. L'utilisation de polygones a permis d'atteindre une grande précision de calcul sans avoir recours à des séries mathématiques complexes ou à des techniques informatiques lourdes. Son approche était donc particulièrement précieuse pour les mathématiciens et les scientifiques de l'époque qui n'avaient pas accès aux technologies et aux outils modernes.

- 4) La méthode de Zu Chunzhi au Ve siècle de notre ère Au cinquième siècle de notre ère.

Au cinquième siècle de notre ère, le mathématicien chinois Zu Chunzhi a atteint de nouveaux sommets dans le calcul du nombre π , en utilisant des méthodes bien supérieures aux précédentes. Son approche était basée sur l'amélioration des méthodes géométriques et l'application de calculs plus précis pour déterminer valeur de π . Zu Chongzhi est l'un des mathématiciens les plus éminents de la Chine ancienne, et sa contribution au développement de la science mathématique, en particulier au calcul du nombre " π ", est extrêmement importante.

La méthode de Zu Chunzhi pour calculer le nombre " π " était basée sur une expansion et une amélioration des méthodes proposées par ses prédécesseurs, tels que Liu Hui. Il a utilisé des polygones pour se rapprocher d'un cercle, mais avec beaucoup plus de côtés. Zu Chunzhi a utilisé la méthode des polygones inscrits et circonscrits, portant le nombre de côtés à 24 576. Il obtint ainsi la valeur " π ", extrêmement précise pour l'époque.

Zu Chunzhi et son père, Zu Geng, ont travaillé pendant de nombreuses années sur le calcul du nombre " π ". Ils ont utilisé des calculs extrêmement précis pour déterminer les limites dans lesquelles le nombre " π " peut être calculé.

" π ". Ils ont calculé que π se situe entre 3,1415926 et 3,1415927. C'était la valeur la plus précise de π connue avant l'avènement des méthodes de calcul modernes et des ordinateurs. Il convient de noter que cette valeur exacte est restée inégalée pendant près de mille ans.

Pour atteindre un tel niveau de précision, Zu Chunzhi et son père ont utilisé la méthode des polygones à très grand nombre de côtés. Ils ont commencé par un hexagone et ont progressivement augmenté le nombre de côtés, en les doublant à chaque étape. Ce procédé a permis de rapprocher la forme d'un polygone d'un cercle avec une très grande précision. Ils ont également utilisé des formules mathématiques précises pour calculer les longueurs des côtés et les périmètres des polygones, ce qui était essentiel pour atteindre cette précision.

Zu Chunzhi a également contribué au développement des fondements théoriques de sa méthode. Il a élaboré des formules et des règles mathématiques qui ont permis de calculer avec une grande précision les périmètres des polygones inscrits et circonscrits. Ses travaux ont constitué une première étape dans le développement des mathématiques chinoises et ont influencé les recherches ultérieures dans ce domaine. Il convient toutefois de noter que Zu Chunzhi ne s'est pas contenté d'appliquer des méthodes connues, mais qu'il a également développé activement de nouvelles approches théoriques, ce qui lui a permis d'atteindre une plus grande précision dans ses calculs.

En , Zu a activement utilisé sa méthode en astronomie et en géodésie. Il a utilisé ses calculs pour déterminer la taille et la distance des corps célestes, ainsi que pour cartographier et mesurer les terres. Sa méthode de calcul du nombre " π " est devenue la norme des mathématiques chinoises pendant plusieurs siècles et est restée l'une des plus précises jusqu'à l'avènement des méthodes informatiques modernes.

L'auteur de la méthode a également développé un algorithme spécial pour calculer le nombre de

L'algorithme de cette méthode est basé sur la décomposition du nombre " π " en une série infinie, ce qui permet d'obtenir des résultats plus précis en effectuant moins de calculs. Son algorithme était basé sur la décomposition du nombre " π " en une série infinie, ce qui permettait d'obtenir des résultats plus précis avec moins de calculs. Il s'agit d'une avancée significative dans le développement des méthodes et techniques mathématiques.

5) La méthode Brahmagupta au VIIe siècle de notre ère Au septième siècle de notre ère.

Au septième siècle de notre ère, le mathématicien indien Brahmagupta a apporté une petite contribution au développement de méthodes de calcul du nombre π , poursuivant la tradition de ses prédécesseurs tels qu'Arya Bhat. Son approche était basée sur l'utilisation de

Les méthodes géométriques et algébriques de Brahmagupta ont permis d'effectuer des calculs d'une grande précision. Brahmagupta est connu pour ses réalisations dans de nombreux domaines des mathématiques, notamment la théorie des nombres, l'algèbre, la géométrie et la trigonométrie, et son travail sur le calcul du nombre " π " est l'un des principaux aspects de son héritage. Brahmagupta a utilisé des méthodes similaires à celles développées par Arya Bhat, mais il a également apporté plusieurs améliorations importantes. Il a notamment travaillé sur le développement des fonctions trigonométriques et leur application au calcul du nombre " π ". Dans ses articles, il a expliqué comment les sinus et les cosinus pouvaient être utilisés pour calculer la longueur des arcs et des angles d'un cercle, ce qui a permis d'obtenir le nombre " π ". a permis d'obtenir des approximations plus précises du nombre " π ".

L'une des principales réalisations de Brahmagupta a été l'introduction de nouvelles formules pour calculer l'aire d'un cercle et le volume d'une sphère. Il a développé une formule pour l'aire d'un cercle basée sur la valeur du rayon et l'a utilisée pour calculer le nombre " π ". Cette formule a permis d'obtenir des résultats précis et a servi de base aux recherches ultérieures dans ce domaine. Brahmagupta a également travaillé à l'amélioration des méthodes de calcul de l'aire des polygones, ce qui lui a permis de déterminer avec plus de précision la valeur de " π " en ajustant et en décrivant les polygones à l'intérieur d'un cercle.

Un autre facteur dans le travail de Brahmagupta était son désir d'une grande précision dans les calculs. Il utilisait diverses méthodes pour vérifier et confirmer ses résultats, notamment en comparant les valeurs obtenues avec les résultats connus d'autres mathématiciens. Cela lui a permis d'atteindre une grande précision et une grande fiabilité dans ses calculs. Brahmagupta a également contribué de manière significative au développement de la théorie des séries infinies, qui ont été utilisées pour calculer approximativement la valeur du nombre " π ".

Brahmagupta a obtenu une valeur de " π " égale à environ 3,1622. Cette valeur était moins précise que les résultats obtenus par Zu Chunzhi au Ve siècle, mais elle constituait néanmoins une avancée importante dans le développement des méthodes de calcul du nombre " π ". Ses travaux ont contribué à l'élaboration de méthodes de calcul plus précises et ont jeté les bases de recherches ultérieures dans ce domaine. Brahmagupta a poursuivi

Le développement des mathématiques indiennes et leur contribution significative à leur évolution ont permis d'atteindre de nouveaux sommets dans le domaine de la recherche scientifique et des réalisations techniques. [2]

3 le début d'une nouvelle ère à la fin du XIX siècle de nombreux chercheurs en mathématiques ont apporté des contributions significatives aux méthodes de calcul nombre π . Le développement de méthodes témoigne non seulement de la croissance des connaissances mathématiques, mais aussi de l'évolution progressive des outils et des approches mathématiques pour résoudre des problèmes complexes. L'une des premières significatives de calcul du nombre " π " à l'ère moderne est celle proposée par le mathématicien chinois Liu Xu au troisième siècle de notre ère. Liu Xu a mis au point une méthode de calcul du nombre π à l'aide de polygones réguliers. Il examinait un polygone régulier à 3072 côtés inscrit dans un cercle et calculait son périmètre pour trouver une valeur approximative du nombre " π ". Cette méthode a permis d'obtenir une valeur de " π " précise à cinq décimales près (3,141024), ce qui était un exploit pour l'époque.

Au cinquième siècle de notre ère, le mathématicien chinois Zu Chunzhi a proposé méthode de calcul du nombre " π ", également basée sur l'utilisation de polygones. Son approche différait de celle de Liu Xu en ce sens qu'il utilisait des polygones réguliers ayant un nombre de côtés beaucoup plus important. Zu Chongzhi a considéré des polygones inscrits et circonscrits de 24576 côtés, ce qui lui a permis d'obtenir une valeur de " π " précise à sept décimales près (3,1415926). Il s'agit d'une valeur extrêmement précise pour l'époque, qui témoigne d'un progrès significatif dans le développement des méthodes mathématiques. [13]

Une autre contribution importante au développement de méthodes de calcul du nombre " π " a été apportée par le mathématicien indien Brahmagupta au VIIe siècle. Son approche était basée sur l'utilisation de séries infinies. Brahmagupta a utilisé une série, connue aujourd'hui sous le nom de série de Brahmagupta-Leibniz, qui représentait le nombre " π " comme une série infinie de fractions. Grâce à cette série, Brahmagupta a pu calculer la valeur de " π " avec quatre décimales (3,1416).

Tout au long du Moyen Âge et de la Renaissance, l'intérêt pour le nombre π ne s'est pas démenti. Les mathématiciens ont cherché de nouvelles façons de calculer π et ont développé de nouvelles méthodes. Par exemple, en 1596, le mathématicien français François Viét a mis au point sa méthode connue sous le nom de série de Viét. Cette méthode consiste à utiliser une série infinie qui approxime la valeur du nombre " π ". Grâce à cette série, Viét a pu calculer la valeur de " π " jusqu'à neuf décimales.

Au XVIIe siècle, le mathématicien anglais John Wallis a proposé une nouvelle méthode de calcul du nombre " π ", connue sous le nom de série de Wallis. Cette méthode repose sur l'utilisation d'un produit infini de fractions et permet d'obtenir la valeur de " π " avec une grande précision. La série de Wallis a constitué une avancée significative dans le développement des méthodes de calcul du nombre " π " et a montré qu'il existe des moyens efficaces d'obtenir des valeurs précises de ce nombre.

Au dix-huitième siècle, l'éminent mathématicien Leonard Euler a contribué de manière significative au développement de méthodes de calcul du nombre " π ". Euler a développé plusieurs approches différentes, notamment les séries d'Euler et les intégrales elliptiques. L'une des séries d'Euler pour calculer le nombre " π " était basée sur l'utilisation de sommes infinies de fractions. Grâce à cette série, Euler a pu calculer la valeur de " π " avec une grande précision.

Au XIXe siècle, le développement de méthodes de calcul du nombre π s'est poursuivi grâce aux travaux de mathématiciens tels que John Newman et James Gregory. Newman a développé une méthode connue sous le nom de série de Newman, qui était basée sur l'utilisation de séries de puissances pour calculer la valeur de π . Gregory, quant à lui, a proposé une méthode connue sous le nom de série de Gregory, qui utilise également des séries de puissances pour calculer le nombre " π ". Ces méthodes ont permis d'obtenir la valeur de " π " avec une précision encore plus grande, ce qui montre le progrès continu dans le développement des méthodes mathématiques.

À la même époque, le mathématicien anglais William Rugin a développé une autre méthode de calcul du nombre " π " basée sur l'utilisation de constructions géométriques. Son approche consistait à utiliser des polygones pour calculer approximativement la valeur de π . Rugin a calculé les périmètres des polygones inscrits et circonscrits et

a utilisé ces valeurs pour trouver la valeur exacte de " π ". Grâce à cette méthode, il a pu obtenir une valeur de " π " précise à des centaines de décimales près, ce qui était un exploit pour l'époque. [17]

Les contributions de ces mathématiciens au développement des méthodes de calcul du nombre π montrent comment la précision et l'efficacité des méthodes mathématiques se sont accrues au fil des siècles. De l'utilisation de constructions géométriques simples dans l'Antiquité aux séries infinies complexes et aux constructions géométriques de l'ère moderne, le développement des méthodes de calcul du nombre " π " témoigne de l'évolution des connaissances et des outils mathématiques. Il démontre également l'intérêt constant pour le nombre π et son importance pour la recherche mathématique et les réalisations scientifiques.

1.2 Méthodes de calcul du nombre " π " dans les temps modernes à l'aide de la technologie informatique

La véritable percée dans le calcul du nombre " π " a été l'avènement des calculatrices et des ordinateurs au 20^e siècle. Ces avancées technologiques ont permis de calculer la valeur de π avec une grande précision, approchant des millions de décimales. Les méthodes modernes de calcul de π sont basées sur des algorithmes complexes, tels que la méthode de Monte Carlo, la méthode Borwin, la méthode Bailey-Borwin-Plough, etc. Ces méthodes utilisent le hasard et des méthodes statistiques pour calculer approximativement la valeur de " π ". [19]

Par exemple, la méthode de Monte Carlo utilise la génération de points aléatoires à l'intérieur d'un carré qui décrit un cercle et calcule le rapport entre le nombre de points à l'intérieur du cercle et le nombre total de points. Plus le nombre de points utilisés est élevé, plus l'approximation de " π " peut être obtenue avec précision. Cette méthode est visuelle et facile à comprendre, mais pour obtenir une très grande précision, il faut générer un très grand nombre de points aléatoires, ce qui nécessite d'importantes ressources informatiques.

Nous examinerons également toutes les méthodes et ajouterons une description de leurs avantages et inconvénients : Tableau 1.1 - Méthodes modernes de calcul du nombre " π "

Méthode.	Description.	Avantages.	Inconvénients.
-----------------	---------------------	-------------------	-----------------------

Méthode de Monte Carlo	Génère des points aléatoires dans un carré entourant un cercle et calcule le rapport entre les points à l'intérieur du cercle et les points à l'extérieur du cercle. nombre total	Clair et facile à comprendre, peut être facilement mis en parallèle	Lente pour une grande précision, nécessite de grandes ressources informatiques
La méthode de Borwin	Utilise la série de Borwin pour calculer " π " à l'aide de la méthode modulaire arithmétique	Très rapide et efficace pour calculer des milliards de décimales	Difficile à comprendre et à mettre en œuvre, ne convient pas à la parallélisation
La méthode Bailey-Borwin-Plough	Combine les avantages de la méthode Borwin avec la possibilité de parallélismes	Rapide et efficace, vous pouvez paralléliser	Difficile à comprendre et à mettre en œuvre
La méthode Nilakanth	Extension des séries de Gregory-Leibniz pour une meilleure convergence	Plus facile à comprendre, plus rapide à converger qu'une rangée Gregory-Leibniz	Lent pour une grande précision
La méthode Madhav-Leibniz	Utilise une série infinie pour calculer " π "	Facile à mettre en œuvre, adapté à des fins éducatives	Convergence lente, nécessite de nombreuses itérations
Méthode Gauss-Legendre	Un algorithme qui utilise des intégrales elliptiques	Très rapide et efficace pour les calculs	Difficile à mettre en œuvre, nécessite des connaissances mathématiques

	pour une calcul de "	en grand nombre π signes	
La méthode Chudnovsky	Utilise des séries à convergence rapide pour calculer " π "	Très rapide, adapté aux calculs des milliards de caractères	Difficile à mettre en œuvre, nécessite des connaissances approfondies en matière de théorie des nombres
La méthode Ramanujan	Utilise la série de Ramanujan pour calculer " π "	Très rapide et efficace, excellente convergence	Difficile à comprendre et à mettre en œuvre, nécessitant des connaissances mathématiques

En outre, les programmes informatiques modernes tels que y-cruncher vous permettent de calculer la valeur de " π " avec une précision impressionnante. Par exemple, il est possible de calculer la valeur de " π " avec une précision impressionnante :

- En 2019, une équipe de chercheurs a utilisé le logiciel y-cruncher pour calculer π jusqu'à 31,4 billions de décimales, le calcul de π le plus précis à ce jour ;
- En 2022, l'intelligence artificielle de Google a calculé les 100 premiers billions de chiffres du nombre π en moins d'une heure.

Malgré ces réalisations, le nombre π reste un mystère pour les mathématiciens. Son nombre infini de décimales qui ne suivent aucun schéma prévisible soulève des questions sur sa nature et ses propriétés : "Ces décimales sont-elles vraiment aléatoires, ou existe-t-il un ordre caché que les gens n'ont pas encore élucidé ?"

En outre, le nombre " π " est lié à de nombreuses autres branches des mathématiques, telles que la théorie des nombres, la géométrie et l'analyse. Il apparaît dans de nombreuses formules et équations décrivant des phénomènes physiques, du mouvement des planètes aux vibrations des cordes, ce qui fait de π non seulement une constante mathématique intéressante, mais aussi un élément fondamental dans la compréhension de l'univers [17, 20]. [17, 20]

Conclusions de la section I

L'étude des méthodes historiques de calcul de π montre comment les connaissances et les outils mathématiques ont évolué au fil des siècles. Depuis l'Antiquité, des scientifiques de différentes cultures ont développé des approches innovantes pour définir cette constante fondamentale, reflétant leurs réalisations scientifiques et leur intuition mathématique.

Archimède de Syracuse fut l'un des premiers à proposer une méthode de calcul du nombre " π " basée sur les constructions géométriques des polygones droits. Son approche utilisait des polygones droits successivement inscrits et décrits, ce qui permettait une grande précision à l'époque. Les méthodes d'Archimède ont servi de base aux recherches ultérieures et aux approches utilisées pendant de nombreux siècles.

Le mathématicien indien Arya Bhat a grandement contribué au développement de méthodes de calcul du nombre π . Il a proposé l'utilisation de séries mathématiques, en particulier la série des arctangentes, qui a permis une plus grande précision dans la détermination du nombre " π ". Arya Bhat a ouvert de nouveaux horizons à la recherche mathématique en introduisant des méthodes qui sont devenues la norme de calcul pour de nombreux siècles.

Le mathématicien chinois Liu Hui a amélioré les méthodes d'Archimède en augmentant le nombre de côtés des polygones et en utilisant des calculs plus précis. Ses travaux ont montré qu'en augmentant la précision des calculs, il était possible d'obtenir une approximation encore plus précise du nombre " π ". Cette approche, qui était également utilisée pour les calculs astronomiques et géodésiques, a constitué une étape importante dans le développement des mathématiques chinoises.

Zu Chunzhi, également originaire de Chine, a obtenu une précision encore plus grande en déterminant le nombre de personnes.

" π " en utilisant des polygones ayant un très grand nombre de côtés. Ses travaux ont montré que les limites de la valeur de π pouvaient être déterminées avec une grande précision, ce qui constituait une avancée significative pour les mathématiques de l'époque. Zu Chunzhi et son père ont mis au point des méthodes qui sont restées inégalées pendant plusieurs siècles.

Le mathématicien indien Brahmagupta a continué à développer des méthodes de calcul du nombre " π ", en introduisant de nouvelles approches géométriques et algébriques. Il a élaboré des formules pour l'aire d'un cercle et le volume d'une sphère, ce qui lui a permis d'obtenir des résultats plus précis. Brahmagupta a également contribué de manière significative au développement de la théorie des séries infinies, qui est devenue la base des recherches ultérieures dans ce domaine.

Du début de l'ère moderne à la fin du XIXe siècle, de nombreux chercheurs en mathématiques n'ont cessé d'améliorer les méthodes de calcul du nombre " π ". François Viète, John Wallis, Leonard Euler et d'autres mathématiciens ont développé de nouvelles séries et de nouveaux algorithmes qui leur ont permis d'atteindre une précision encore plus grande dans la détermination de cette constante. Ils ont utilisé des séries infinies et d'autres outils mathématiques, ce qui indique un progrès significatif dans le développement des connaissances mathématiques.

Aux XVIIIe et XIXe siècles, le développement des méthodes de calcul de π s'est poursuivi grâce aux travaux d'éminents mathématiciens tels que John Newman, James Gregory et William Rugin. Ils ont utilisé de nouvelles approches, telles que les séries de puissance et les constructions géométriques, qui leur ont permis d'atteindre une grande précision. Ces réalisations démontrent les progrès continus dans le développement de méthodes et d'outils mathématiques.

L'apparition des ordinateurs au XXe siècle a constitué une véritable percée dans le calcul du nombre " π ". Les méthodes modernes, telles que la méthode de Monte Carlo, la méthode Borwin et la méthode Bailey-Borwin-Plough, ont permis de calculer la valeur de π avec une précision impressionnante, approchant les milliards, voire les trillions de décimales. L'utilisation du hasard et de méthodes statistiques dans ces algorithmes montre comment la technologie moderne peut améliorer de manière significative la précision des calculs mathématiques.

Les programmes informatiques modernes tels que y-cruncher vous permettent de calculer la valeur de π avec une précision incroyable. Par exemple, en 2019, des chercheurs ont calculé la valeur de " π " avec 31,4 billions de décimales, ce qui constitue un nouveau record.

les mathématiques et l'informatique ont progressé dans la détermination de cette constante fondamentale.

Malgré ces réalisations, le nombre π reste un mystère pour les mathématiciens. Son nombre infini de décimales qui ne présentent aucun schéma prévisible soulève des questions sur sa nature et ses propriétés. Cette question est importante pour la poursuite de la recherche en mathématiques et pourrait conduire à de nouvelles découvertes à l'avenir.

Le nombre π est lié à de nombreux autres domaines des mathématiques, tels que la théorie des nombres, la géométrie et l'analyse. Il apparaît dans toute une série de formules et d'équations décrivant des phénomènes physiques, du mouvement des planètes aux vibrations des cordes. Cela fait de π non seulement une constante mathématique intéressante, mais aussi un élément fondamental pour comprendre l'univers.

L'histoire des méthodes de calcul du nombre π témoigne de l'évolution des connaissances et des outils mathématiques. Depuis l'utilisation de constructions géométriques simples dans l'Antiquité jusqu'aux algorithmes sophistiqués et aux programmes informatiques du monde moderne, le développement des méthodes de calcul du nombre " π " reflète les progrès de l'humanité dans la compréhension des principes mathématiques et des lois de la nature. Cela démontre l'intérêt continu pour le nombre π et son importance pour la recherche scientifique et les réalisations techniques.

Toutes ces réalisations montrent l'importance du nombre π pour les mathématiques et la science en général. Il sert de fondement à de nombreuses théories et applications mathématiques, et son étude se poursuit encore aujourd'hui. L'étude de π ouvre de nouvelles perspectives pour la recherche scientifique et l'innovation technique, ce qui en fait l'une des constantes les plus intéressantes et les plus importantes des mathématiques.

II SECTION. ANALYSE ET COMPARAISON DE LA PRÉCISION DU CALCUL DES NOMBRES

" π " par des méthodes connues

2.1 Méthodes utilisant les formules de mathématiciens célèbres

Tout au long du Moyen Âge, l'intérêt pour l'étude du nombre π n'a cessé de croître et les mathématiciens ont cherché de nouvelles façons de le calculer.

1. La contribution de Léonard de Pise, plus connu sous le nom de Fibonacci.

Dans son ouvrage Le livre de l'abaque (1202), Fibonacci utilise une méthode similaire à celle d'Archimède, mais avec des polygones plus complexes. Il examine un polygone régulier à 96 côtés inscrit dans un cercle et calcule son périmètre. Cela lui a permis d'obtenir la valeur de " π " avec neuf décimales : 3,1416074518. [17]

2. Contribution du mathématicien français François Vieth

Dans son ouvrage "Restauration de la trigonométrie" (1593), il utilise pour la première fois le concept de série infinie pour calculer " π ".

Vieth a considéré la série de Vieth, qui est une somme infinie de fractions qui se rapproche de la valeur de " π ". Cette série peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\pi}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$$

En utilisant les 20 premiers termes de cette série, Vieth a calculé la valeur de " π " avec 9 décimales.

3. La méthode de John Wallis au XVIIe siècle

En 1655, le mathématicien anglais John Wallis a proposé une approche différente pour calculer le nombre " π " en se basant sur le produit d'un nombre infini de fractions. Cette méthode, connue sous le nom de série de Wallis, a permis d'obtenir la valeur de " π " avec une plus grande précision que les tentatives précédentes.

La série de Wallis peut être écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} \pi &= 2 \prod_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n-1} \right) \left(\frac{2n}{2n+1} \right) = 2 \left[\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \dots \right] \\ &= 2 \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{64}{63} \dots \right] \end{aligned}$$

La méthode de Wallis a constitué une avancée significative dans l'étude du nombre π et a montré qu'il existait des moyens efficaces de le calculer avec une grande précision. Son travail a jeté les bases de la recherche et du développement dans ce domaine.

4. Recherches d'Isaac Newton et de Gottfried Leibniz

Au XVIIe siècle, les éminents mathématiciens Isaac Newton et Gottfried Leibniz ont également contribué à l'étude du nombre π . Ils ont développé indépendamment des méthodes basées sur l'utilisation de séries de puissances.

Newton a utilisé une série de puissances pour calculer l'arctangente, qui peut s'écrire comme suit :

$$= \arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

=En substituant $x = 1$, il a obtenu le résultat :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

Cette série a permis à Newton de calculer la valeur de " π " avec une grande précision, bien qu'il n'ait pas publié ses résultats.

Puis, vers 1666, I. Newton, utilisant la formule binomiale, a trouvé une série :

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right)$$

Leibniz, quant à lui, a considéré une autre série de puissance connue sous le nom de série de Leibniz :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

Cette série converge également vers la valeur " $\frac{\pi}{4}$ " et peut être utilisée pour calculer le nombre " π " avec une grande précision.

Les recherches de Newton et de Leibniz ont démontré le potentiel des séries de puissances pour le calcul du nombre π et ont jeté les bases des développements ultérieurs dans ce domaine.

5. Nouvelles méthodes à la Renaissance

À l'aube de la Renaissance, l'intérêt pour l'étude du nombre π 'est considérablement accru. Les mathématiciens de l'époque cherchaient de nouvelles méthodes pour le calculer, s'efforçant d'atteindre une précision encore plus grande.

Le mathématicien et ingénieur néerlandais Ludolph van Zijlen a apporté une contribution importante. En 1596, il a mis au point une méthode itérative de calcul de " π " basée sur l'utilisation de polygones. Son approche était similaire à la méthode d'Archimède, mais beaucoup plus complexe. [43]

Van Zijlen a considéré des polygones inscrits et circonscrits avec deux fois plus de côtés à chaque itération. En partant de l'hexagone, il a calculé les périmètres des polygones inscrits et circonscrits autour du cercle. Il a ensuite utilisé ces valeurs pour trouver de nouvelles approximations du nombre " π ".

Grâce à sa méthode, van Zeilen a pu calculer π jusqu'à 35 décimales, ce qui était un exploit pour l'époque. Son travail a servi de base à d'autres recherches et développements dans ce domaine.

6. Contributions de James Gregory et Raja Sivalingam

Au XVIIe siècle, le mathématicien écossais James Gregory a proposé une nouvelle approche du calcul du nombre " π " basée sur l'utilisation de séries de puissances. Sa méthode, connue sous le nom de série de Gregory, a permis d'obtenir la valeur de " π " avec une grande précision.

La série de Gregory peut être écrite comme suit

$$\frac{\pi}{4} = \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$$

Chacune de ces arctangentes peut être représentée par une loi de puissance

et leur somme se rapproche de la valeur " π ". En utilisant cette méthode, Gregory

a calculé " π " avec 14 décimales.

Au XVIII^e siècle, le mathématicien indien Raja Sivalingam a contribué à l'étude du nombre π . Il a utilisé une version modifiée de la série de Gregory, qui lui a permis d'obtenir la valeur de " π " jusqu'à 17 décimales.

7. Euler et sa contribution

Léonard Euler, l'un des plus éminents mathématiciens du XVIII^e siècle, a également contribué de manière significative au développement de méthodes de calcul du nombre " π ". Il a développé plusieurs approches différentes, notamment les séries d'Euler et les intégrales elliptiques.

L'une des séries d'Euler permettant de calculer " π " peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$$

Cette série est assez lente à converger, mais Euler a trouvé des moyens d'accélérer sa convergence en utilisant diverses transformations.

Euler a également utilisé les intégrales elliptiques pour calculer π . Cette technique était basée sur la relation entre le nombre " π " et les aires sous certaines courbes connues sous le nom d'intégrales elliptiques. Bien que cette méthode soit assez complexe, elle a permis à Euler d'obtenir la valeur de " π " avec 20 décimales.

8. Méthodes de Charles Havercraft et William Rugin

Au XIX^e siècle, de nouvelles méthodes ont été mises au point pour calculer le nombre " π ", ce qui a permis d'obtenir une précision encore plus grande.

En 1853, le mathématicien anglais Charles Haverkraft a proposé une méthode basée sur l'utilisation d'intégrales elliptiques. Son approche est plus compliquée que celle d'Euler, mais elle lui permet d'obtenir la valeur de " π " 62 décimales.

Plus tard, en 1875, le mathématicien américain William Rugin a développé une nouvelle méthode connue sous le nom de formule de Rugin. Cette formule, basée sur l'utilisation de séries de puissances, a permis à Rugin de calculer " π " jusqu'à 707 décimales, établissant ainsi un nouveau record à l'époque.

Les méthodes de Haverkraft et Rugin ont constitué des étapes importantes dans l'étude des nombres.

" π " i ont montré que mathématiciens peuvent réaliser tous plus précision en utilisant de nouvelles approches et de nouveaux algorithmes. [17]

2.2 Méthodes utilisant des séries de nombres connus

Les méthodes de calcul du nombre π à l'aide de séries de nombres connus constituent l'un des moyens les plus efficaces d'obtenir des résultats très précis. Ces méthodes sont basées sur l'utilisation des propriétés des séries infinies, qui permettent d'approcher progressivement la valeur de π avec une grande précision. Elles comprennent différentes approches, chacune ayant ses propres caractéristiques, avantages et inconvénients. Nous examinerons ci-dessous chacune de ces méthodes plus en détail.

La série de Leibniz pour le calcul du nombre π est l'une des séries de nombres les plus célèbres et les plus simples. Elle s'exprime par la formule :

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n-1} - \frac{1}{4n+1}$$

Cette série est un exemple de série variable, où chaque terme successif a le signe opposé au terme précédent. Bien que cette série converge très lentement, elle est importante d'un point de vue historique car elle démontre le principe de base de l'utilisation de séries infinies pour calculer π . [6]

L'inconvénient de la série de Leibniz est sa lenteur de convergence. Pour atteindre une précision de six décimales, il faut calculer plusieurs millions de termes de la série. Cela rend cette méthode inefficace pour l'informatique moderne, mais elle reste importante dans le contexte du développement historique des méthodes mathématiques.

Léonard Euler, éminent mathématicien du XVIIIe siècle, a développé sa propre série pour calculer le nombre π . Sa méthode est basée sur l'utilisation des séries harmoniques et de leurs propriétés :

$$\pi = \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{n^2+n+1} \left[\frac{1}{(2)^n} \right]$$

Cette série a une convergence plus rapide que la série de Leibniz, ce qui la rend plus efficace pour calculer. La méthode d'Euler démontre l'importance de choisir la bonne série pour obtenir une précision et une efficacité optimales.

La série harmonique est également utilisée pour calculer le nombre. Elle se présente sous la forme suivante

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} \left(6 - \frac{1}{2} \right)$$

Cette série est basée sur les propriétés des nombres harmoniques et permet d'obtenir une valeur approximative de π avec une grande précision. La série harmonique converge plus rapidement que la série de Leibniz, ce qui la rend plus adaptée aux calculs de haute précision. Cette méthode démontre l'importance d'utiliser différents types de séries pour obtenir de meilleurs résultats dans les calculs.

La série de Chudnovsky est l'une des séries les plus efficaces pour calculer le nombre π . Elle s'exprime par la formule :

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} \left(12 (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Cette série a été développée par les frères Chudnovsky et permet d'obtenir des valeurs très précises de π avec un nombre relativement faible de calculs. L'utilisation de cette série a permis d'atteindre des valeurs record de la précision du nombre π , ce qui en fait l'une des méthodes de calcul les plus efficaces.

La méthode Borwin utilise une série pour calculer le nombre, qui a la forme :

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} \left(8 \frac{1}{(2n-1)^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Cette série a une convergence très rapide et permet d'obtenir des valeurs très précises de π avec un nombre minimum de calculs. La méthode de Borwin souligne l'importance de choisir la bonne série pour obtenir un maximum de précision et d'efficacité dans les calculs.

Chacune des méthodes présentées a ses avantages et ses inconvénients. La série de Leibniz est la plus simple d'un point de vue mathématique, mais sa convergence lente la rend inefficace pour l'informatique moderne. La série d'Euler et la série harmonique ont une convergence plus rapide, ce qui les rend plus adaptées au calcul de haute précision.

La série de Chudnovsky et la méthode de Borwin sont les méthodes les plus efficaces parmi celles considérées. Elles permettent d'obtenir des valeurs très précises de π avec un nombre minimal de calculs. Ces méthodes sont utilisées dans les algorithmes de calcul modernes pour obtenir une grande précision. [8]

Les technologies informatiques modernes permettent d'utiliser ces méthodes pour obtenir une précision encore plus grande dans le calcul de π . L'utilisation d'ordinateurs puissants et de logiciels spécialisés permet de calculer π avec une précision de plusieurs milliards, voire de plusieurs trillions de chiffres. Ces réalisations ont été rendues possibles par le développement de méthodes basées sur des séries numériques et leur combinaison avec les technologies informatiques modernes.

Les méthodes basées sur les séries de nombres restent des outils clés des mathématiques informatiques modernes. π Elles fournissent des approximations très précises des nombres et sont à la base de nombreux algorithmes de calcul modernes. L'utilisation de ces méthodes permet d'atteindre une grande précision dans les calculs, ce qui est important pour la recherche scientifique et les applications pratiques dans divers domaines de la science et de la technologie.

2.3 Méthodes utilisant des intégrales définies.

Les méthodes de calcul du nombre π à l'aide d'intégrales définies constituent une partie importante de l'analyse mathématique. Les intégrales définies vous permettent de calculer la valeur de π avec plus de précision en utilisant les propriétés des fonctions et leurs représentations intégrales. Examinons maintenant deux méthodes de calcul du nombre π à l'aide d'intégrales définies, qui sont pertinentes d'un point de vue théorique et pratique.

La première méthode que nous allons considérer est basée sur l'intégrale de la fonction $\frac{1}{1+x^2}$ 1

Cette intégrale est essentielle en analyse mathématique car elle est liée à l'arctangente. [En utilisant les propriétés de l'expansion des séries de puissance, il est possible de transformer cette intégrale en une série infinie :

$$= \int_0^1 \left(1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots \right) dx$$

Examinons cette méthode de plus près :

L'intégrale de $\frac{1}{1+x^2}$ est un exemple classique de l'application de la méthode intégrale est un calcul permettant de calculer le nombre π . Il est calculé en développant la fonction d'une expression sous-intégrale en une série de puissances, ce qui permet de représenter l'intégrale comme la somme d'une série infinie qui converge vers la valeur de π

La formule complète est la suivante :

$$= \pi \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

Cette intégrale est très importante en analyse mathématique car elle est liée à l'arctangente. En utilisant les propriétés de l'expansion des séries de puissance, cette intégrale peut être transformée en une série infinie :

$$= \int_0^1 \left(1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots \right) dx$$

π Cette série est une alternance de termes positifs et négatifs qui se rapprochent progressivement de la valeur de π . Examinons de plus près le fonctionnement et caractéristiques de cette méthode.

L'intégrale des fonctions $\frac{1}{1+x^2}$ est un exemple d'application de la théorie des séries en le calcul intégral. Pour calculer cette intégrale, il faut

décomposer une fonction $\frac{1}{1+x^2}$ en une série de puissances. Vous pouvez le faire en utilisant

est le développement binomial de la fonction $(1-x^2)^{-1}$:

$$= 1 + x^2 + x^4 + x^6 + \dots$$

Cette décomposition permet de représenter la fonction $\frac{1}{1+x^2}$ sous la forme d'une infinité de de la série. Nous pouvons maintenant intégrer cette série sur l'intervalle de 0 à 1 :

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \int_0^1 (-x^2 + x^4 - x^6 + \dots) dx$$

L'intégration de chaque terme de la série séparément donne le résultat :

$$\begin{aligned} \int_0^1 1 dx &= 1 \\ \int_0^1 x^2 dx &= \frac{1}{3} \\ \int_0^1 x^4 dx &= \frac{1}{5} \\ \int_0^1 x^6 dx &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

Ainsi, l'intégrale prend la forme :

$$-x^2 + x^4 - x^6 + \dots = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \dots$$

Cette série est connue sous le nom de série de Leibniz et converge vers la valeur de π . Bien que cette méthode soit efficace pour calculer π , elle présente certains inconvénients. Le principal est la lenteur de la convergence de la série, ce qui signifie qu'un grand nombre de termes doivent être calculés pour obtenir une approximation très précise. Néanmoins, cette méthode reste importante d'un point de vue historique et constitue un excellent exemple de l'utilisation du calcul intégral en théorie des nombres. [12]

Examinons maintenant de plus près les propriétés de la fonction $\frac{1}{1+x^2}$ et son développement en série de puissance :

Fonctions, $\frac{1}{1+x^2}$ est l'un des plus célèbres de l'analyse mathématique, parce que Elle est étroitement liée à l'arctangente. L'arctangente est la fonction inverse de la tangente et joue un rôle important dans de nombreux domaines des mathématiques.

En utilisant le développement en série de la fonction $\frac{1}{1+x^2}$ permet la représenter sous la forme d'une série infinie facilement intégrable. π La méthode des intégrales est donc très pratique pour calculer π . L'intégration séparée de chaque terme de la série permet d'obtenir un résultat total qui converge vers la valeur de $\frac{\pi}{4}$.

Considérez les propriétés mathématiques de l'intégrale d'une fonction $\frac{1}{1+x^2}$. Intégrale de cette fonction dans l'intervalle 0 à 1 est égale à l'arctangente de 1, qui est égale à $\frac{\pi}{4}$. En multipliant le résultat par 4, on obtient la valeur :

$$= \pi \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = 4 \cdot \frac{\pi}{4}$$

Ce résultat est une confirmation importante de la justesse de la méthode et démontre que l'utilisation d'intégrales définies peut être efficace pour calculer des constantes mathématiques.

π La méthode de calcul utilisant l'intégrale de $\frac{1}{1+x^2}$ a également des informations pertinentes sur les l'application dans les problèmes appliqués. Elle est utilisée dans de nombreux algorithmes de mathématiques computationnelles, notamment pour calculer la surface des secteurs circulaires, la longueur des arcs et d'autres quantités géométriques. L'utilisation de cette méthode permet d'atteindre une grande précision dans la résolution de problèmes pratiques, ce qui est important pour de nombreux domaines scientifiques et techniques. [18]

π Outre les applications théoriques et pratiques, la méthode de calcul des au moyen d'une certaine intégrale de $\frac{1}{1+x^2}$ est un outil pertinent pour l'éducation des mathématiques. Il permet aux étudiants de comprendre les principes de base du calcul intégral et son application au calcul des constantes mathématiques.

L'application pratique de cette méthode dans le cadre de tâches éducatives contribue à développer les compétences en matière d'analyse et de calcul, ce qui est important pour les futurs mathématiciens et ingénieurs.

En , cette méthode démontre l'importance d'une approche interdisciplinaire en mathématiques. La combinaison des connaissances en analyse mathématique, en théorie des séries et en fonctions trigonométriques permet d'obtenir des résultats élevés dans les calculs et la recherche. π L'utilisation d'intégrales définies pour calculer π est un exemple frappant de cette approche et souligne l'importance d'une approche intégrée pour résoudre les problèmes mathématiques.

π La deuxième méthode de calcul du nombre π à l'aide de certaines intégrales est basée sur l'intégrale de la fonction $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. Cette intégrale a la forme suivante :

$$\pi = \int_{-x_0}^{x_0} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad (2)$$

Cette intégrale peut être représentée comme une série, en utilisant les propriétés du développement binomial. Examinons cette méthode plus en détail. [20, 21]

L'intégrale de $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ est un exemple d'utilisation des fonctions trigonométriques pour calculer le nombre π . En utilisant l'identité trigonométrique $x = \cos(\theta)$, vous pouvez transformer l'intégrale en une forme qui vous permet de la calculer au moyen d'un développement en série.

La formule complète est la suivante :

$$\pi = \int_{-x_0}^{x_0} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2(\theta)} d\theta$$

—x Cette intégrale peut être transformée en série à l'aide du théorème binomial, qui permet de développer la fonction $(1 - x)^{-4}$ en une série de puissances. D'après le théorème binomial, nous pouvons développer cette expression en une série infinie :

$$-x = \sum_{k=0}^{\infty} -x (1 - x)^{-4} \binom{-4}{k} (x)^k$$

Ensuite, l'intégrale de chaque terme de la série peut être calculée séparément. Cette méthode permet d'obtenir une approximation de π avec une grande précision.

Examinons de plus près chaque étape de cette méthode :

Tout d'abord, il faut envisager l'écriture des fonctions $(1 - x)^{-4}$ en série.

En utilisant le théorème binomial, nous pouvons écrire :

$$-x = \sum_{k=0}^{\infty} -x (1 - x)^{-4} \binom{-4}{k} (x)^k$$

Où $\binom{-4}{k}$ est un coefficient binomial qui peut être calculé en utilisant les formules :

$$\binom{-4}{k} = \frac{-4 \cdot (-5) \cdot \dots \cdot (-k + (-4)) \cdot (-4 - 1) \cdot (-4 - 2) \cdot \dots \cdot (-4 - (k-1))}{k!}$$

Après expansion, l'intégrale prend la forme :

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{k} \int_0^{\frac{1}{2}} (-x^2)^k dx$$

Ensuite, nous intégrons chaque terme de la série séparément :

$$\int_0^{\frac{1}{2}} x^k dx = \frac{1}{k+1} x^{k+1} \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{k+1} \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}$$

L'intégrale de x^k est calculée comme suit :

$$\int_0^{\frac{1}{2}} x^{2k} dx = \frac{1}{2k+1} \left(\frac{1}{2}\right)^{2k+1} = \frac{1}{(2k+1)2^{2k+1}}$$

L'expression finale pour π ressemblera alors à ceci :

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{6} \frac{(-1)^k}{(2k+1)2^{2k+1}}$$

Cette série est un exemple d'utilisation du développement binomial pour calculer le nombre π . Elle montre comment les méthodes intégrales peuvent être efficaces pour calculer des constantes mathématiques.

Une méthode intégrale pour calculer le nombre π à l'aide de la fonction $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ a

La valeur de π est utilisée en analyse mathématique car la méthode permet d'obtenir des approximations très précises de la valeur de π et est utilisée dans de nombreux domaines des mathématiques et de la physique.

L'utilisation des fonctions trigonométriques pour transformer les intégrales est une étape importante de cette méthode. Les fonctions trigonométriques permettent de simplifier les expressions et de les rendre plus faciles à intégrer. Par exemple, l'utilisation de l'identité $\cos^2(\theta) = \frac{1+\cos(2\theta)}{2}$ permet de transformer une intégrale en une forme facilement intégrable à l'aide d'un développement en série.

L'intégrale de $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ a également un lien avec la géométrie. Cette fonction décrit la longueur de l'arc de cercle, qui est un paramètre géométrique. Cette méthode permet de calculer la longueur de l'arc de cercle et d'obtenir ainsi la valeur π .

Une analyse détaillée de cette méthode montre comment les connaissances théoriques peuvent être appliquées à des calculs pratiques. L'utilisation du développement binomial et des fonctions trigonométriques nous permet d'obtenir des valeurs précises de π , ce qui est utile pour de nombreuses applications scientifiques et techniques.

Cette méthode a de nombreuses applications pratiques. Elle est utilisée dans divers domaines, notamment la physique, l'ingénierie et l'infographie. Par exemple, en physique, elle est utilisée pour les calculs liés aux mouvements circulaires et aux oscillations. En ingénierie, cette méthode est utilisée pour calculer les surfaces et les volumes d'éléments circulaires. En infographie, cette méthode est utilisée pour le rendu d'objets circulaires et le calcul de leurs paramètres.

La méthode de calcul utilisant l'intégrale de $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ dans l'éducation

Les mathématiques permettent aux étudiants de comprendre les principes de base du calcul intégral et son application au calcul des constantes mathématiques. L'application pratique de cette méthode dans les tâches éducatives aide à développer les compétences en matière d'analyse et de calcul, ce qui est utile pour les futurs mathématiciens et ingénieurs. [36]

Cette méthode souligne l'importance d'une approche interdisciplinaire des mathématiques. La combinaison des connaissances en analyse mathématique, en théorie des séries et en fonctions trigonométriques vous permet d'obtenir des résultats élevés dans les calculs et la recherche. L'utilisation d'intégrales définies pour calculer π est un exemple frappant de cette approche et souligne l'importance d'une approche intégrée pour résoudre les problèmes mathématiques.

2.4 Infographie

Ce nombre est largement utilisé dans l'infographie pour les divers objets.

Exemple 1 : Construction d'objets circulaires

Les objets tels que les triangles, les sphères et les cylindres peuvent être modélisés à l'aide de polygones inscrits. Mise en œuvre des polygones dans le processus

permet de simplifier considérablement les calculs et d'améliorer la précision du rendu.

1. Les polygones inscrits permettent de créer des modèles approximatifs d'objets circulaires. Par exemple, un cercle peut être approximé par un polygone à plusieurs côtés. Plus un polygone a de côtés, plus sa forme est proche d'un cercle parfait.

$$n = \frac{360}{\theta}$$

$n\theta$ où n est le nombre de côtés du polygone, et θ est l'angle entre les côtés adjacents.

2. Pour rendre les objets sphériques, on utilise des algorithmes qui utilisent le nombre π pour calculer la surface et le volume de la sphère. R Par exemple, la surface d'une sphère d'un rayon R est calculée à l'aide de la formule suivante :

$$S = 4\pi R^2$$

et le volume de la sphère est calculé par la formule :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Ces formules sont utilisées pour modéliser et rendre avec précision des objets sphériques en trois dimensions.

Exemple 2 : Approximation de courbes

L'approximation des courbes par des polygones permet de modéliser des formes complexes avec une grande précision. Cette méthode est particulièrement utile pour le rendu des arcs de cercle et des secteurs qui peuvent être représentés comme un ensemble de courts segments droits.

1. Le rendu des arcs de cercle et des secteurs est basé sur le calcul des périmètres des polygones inscrits. Pour ce faire, on utilise la méthode consistant à diviser l'arc en petits segments, dont chacun est une ligne droite. Le périmètre d'un tel polygone sera approximativement égal au périmètre de l'arc.

$$P \approx 2\pi R \left(\frac{\theta}{360} \right)$$

P où est le périmètre de l'arc, le rayon du cercle et (θ) l'angle de l'arc en degrés.

2. Il en résulte des images plus lisses et plus réalistes. L'utilisation d'un grand nombre de segments pour approximer l'arc garantit une grande précision de rendu, ce qui est important pour créer des images informatiques réalistes. [40]

En outre, l'approximation des courbes par des polygones permet de modéliser des formes plus complexes, telles qu'un tore (donut). Un tore peut être représenté comme un ensemble de cercles concentriques, dont chacun est constitué de polygones à plusieurs côtés. Cela permet de créer des modèles réalistes de tores à utiliser en infographie.

Exemple 3 : Rendu d'objets cylindriques

Les cylindres sont l'un des objets géométriques les plus couramment utilisés en infographie. Ils sont utilisés pour modéliser divers phénomènes physiques, créer des modèles architecturaux et des animations.

1. R Le volume d'un cylindre de rayon de base et de hauteur h est calculé par la formule :

$$V = \pi R^2 h$$

2. La surface d'un cylindre est calculée par la formule suivante :

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi R h$$

Exemple 4 : Modélisation d'objets en anneau

Les objets circulaires, comme un tore, sont plus difficiles à modéliser, mais ils peuvent également être approximés à l'aide de polygones.

1. R r Le volume d'un tore de grand rayon et de petit rayon est calculé par la formule :

$$V = 2\pi^2 R r^2$$

2. La surface d'un tore est calculée par la formule suivante :

$$S = 4\pi Rr$$

Ces formules sont utilisées pour modéliser avec précision les tores en infographie, ce qui permet de créer des modèles réalistes d'objets circulaires.

Exemple 5 : Rendu d'objets sphériques

Les sphères sont un autre objet courant en infographie. Pour leur rendu, des algorithmes spécialisés sont utilisés afin de garantir la précision et le réalisme de l'image. [32]

1. Le volume d'une sphère de rayon est calculé par la formule :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

2. La surface d'une sphère est calculée par la formule suivante :

$$S = 4\pi R^2$$

Ces formules vous permettent de modéliser avec précision des objets sphériques dans un espace tridimensionnel.

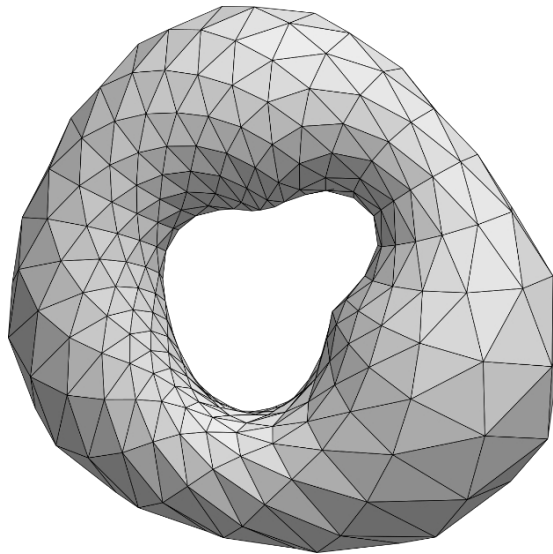


Fig. 3.2.2 - Utilisation de polygones pour approximer un cercle en infographie

2.5 Mathématiques informatiques

Les méthodes de calcul des nombres sont à la base des algorithmes numériques et la modélisation en mathématiques informatiques. [24]

Exemple 1 : Approximation de la valeur de π à l'aide de méthodes numériques La méthode de Monte Carlo est largement utilisée pour approximer un nombre... π en générant des points au hasard.

1. Générer des points aléatoires dans un carré de côté $2R$
2. Calculer la proportion de points situés à l'intérieur du cercle de rayon R .
3. La valeur de π est estimée à l'aide de la formule :

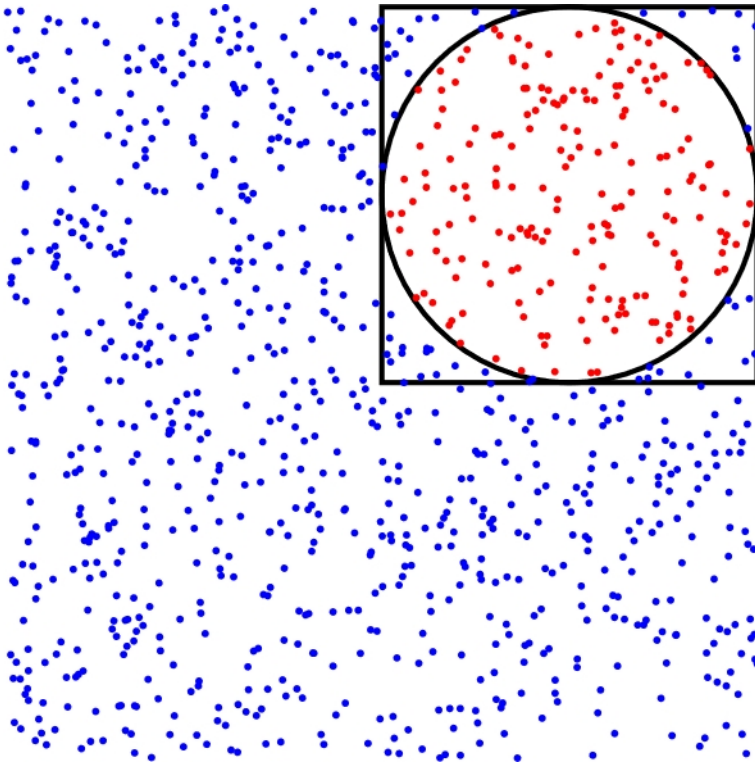
$$\pi \approx \frac{\text{nombre de points du cercle}}{\text{nombre total de points}}$$

Procédure :

1. Créer un carré de côté 2 qui insère un cercle de rayon 1.
2. Générer 10000 points aléatoires à l'intérieur du carré.
3. Calculer le nombre de points situés à l'intérieur du cercle.
4. Le rapport entre le nombre de points du cercle et le nombre total de points donne une valeur approximative de π .

Résultats :

- Le nombre de points à l'intérieur du cercle : 7854
- Nombre total de points : 10000
- Valeur approximative de π : $(4 \cdot \frac{7854}{10000} = 3.1416)$



- Точки в колі
- Точки поза колом

π Fig. 3.2.3 - Approximation de la valeur de la méthode de Monte Carlo

π Exemple 2 : Utilisation de séries pour calculer [28]

π Les séries sont largement utilisées pour calculer les nombres avec une grande précision.

1. La rangée de Leibniz :

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} \pi 4$$

Exemple :

Nous utilisons 50 termes de la série pour l'approximation :

$$\approx -\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \approx \pi 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots\right) 3.14159$$

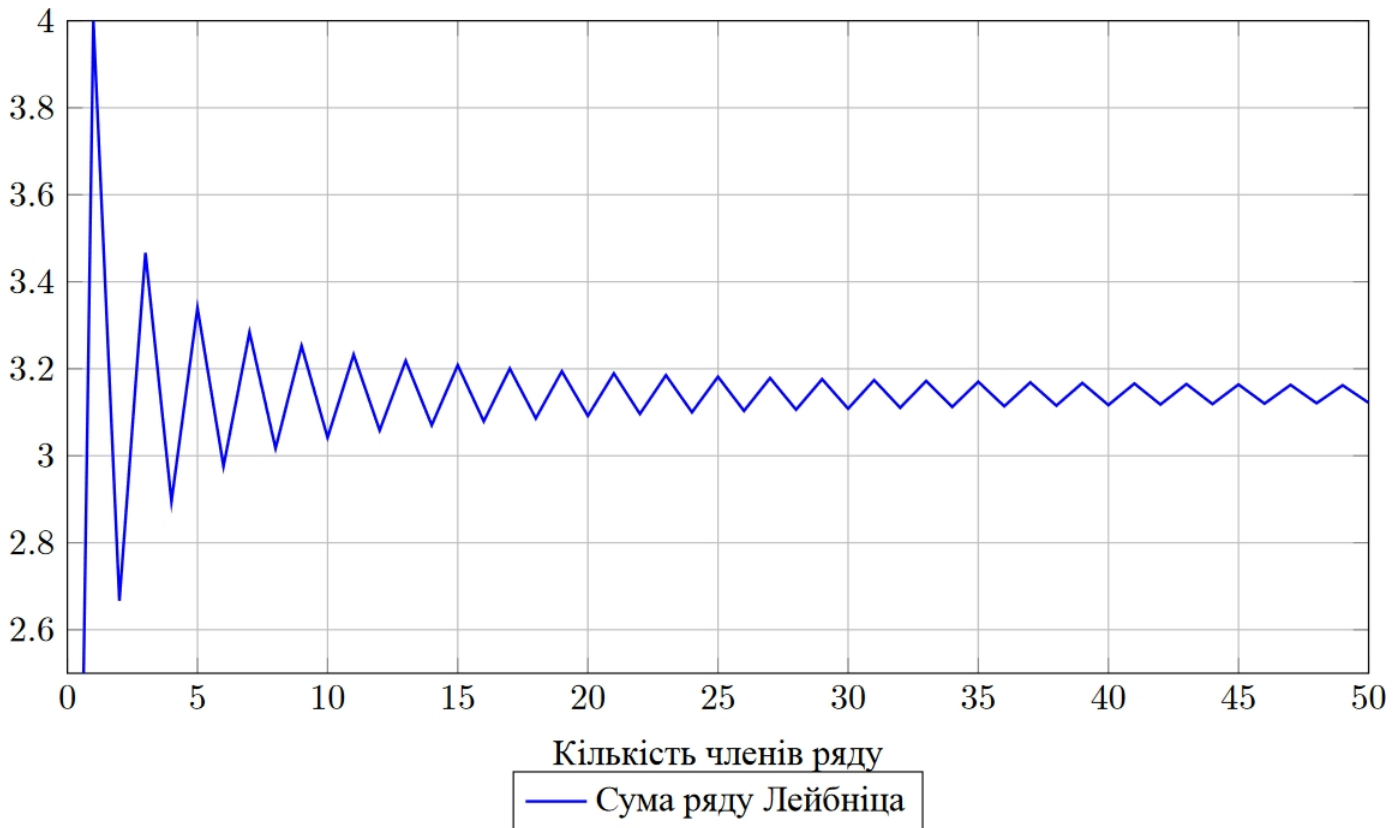


Fig. 3.2.4 - La somme de la série de Leibniz en fonction du nombre de termes de la série

2. Rangée d'Euler

La série d'Euler permettant de calculer π est la suivante :

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^2}{6n^2}$$

Exemple :

Par approximation, nous calculons la somme des 50 termes de la série :

$$\approx \sqrt{\sum_{n=1}^{50} \frac{1}{n^2}} \approx \pi \sqrt{\frac{6}{\pi^2}} \approx 3.14159$$

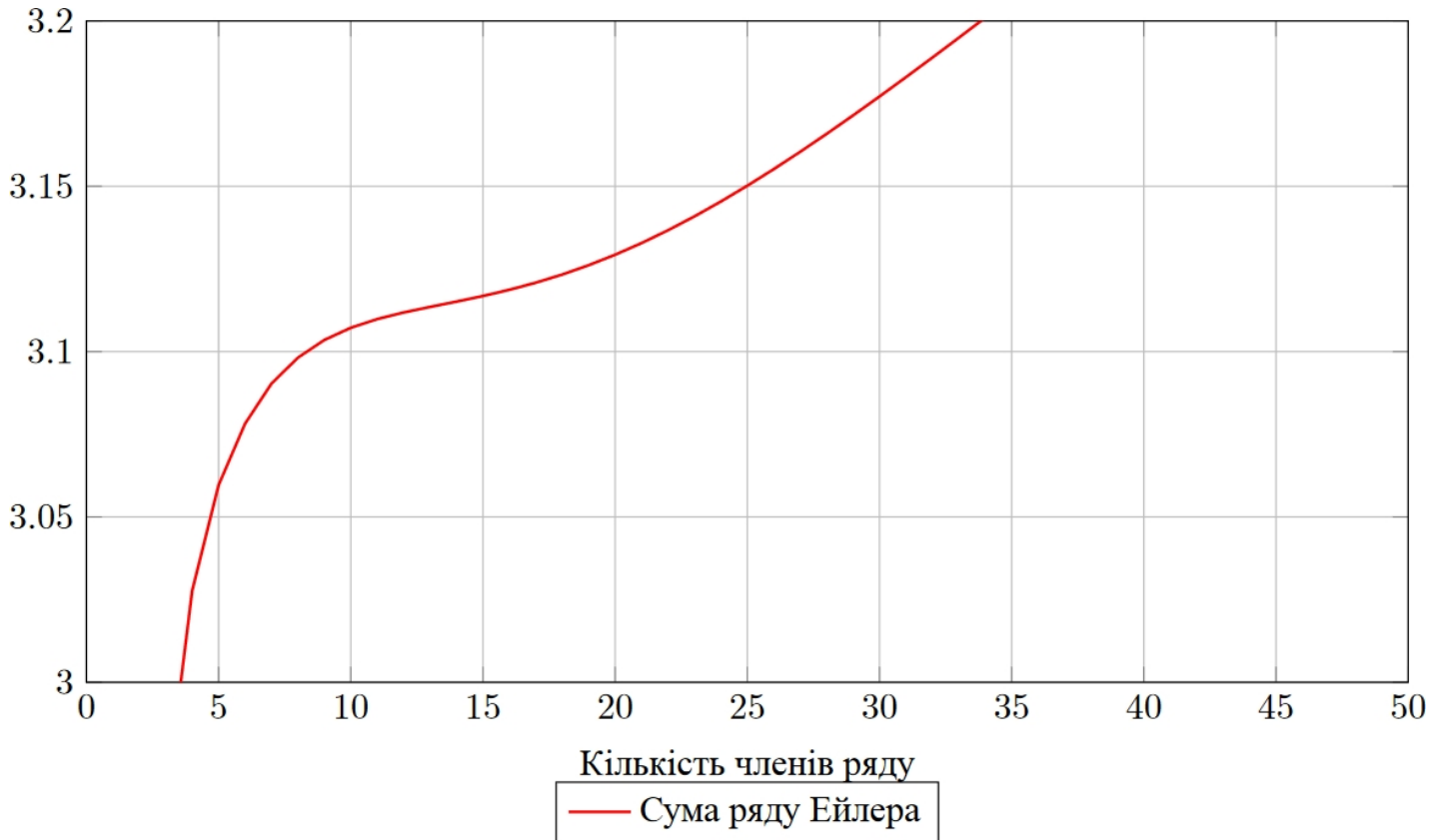


Fig. 3.2.5 - La somme de la série d'Euler en fonction du nombre de termes

3. Série harmonique [31].

Bien que la série harmonique ne converge pas vers π , ses modifications peuvent être utilisées pour obtenir une valeur approximative de π .

Exemple :

Considérons la série permettant de calculer $(\ln 2)$, qui peut être utilisée pour approcher π par des expressions logarithmiques :

$$= \ln 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$$

4. La formule Bailey-Borouin-Plough

La formule de Bailey-Borouin-Plough permet de calculer π avec une grande précision :

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} + \frac{4}{k+1} + \frac{2}{16} \left(\frac{1}{8k+1} + \frac{1}{8k+4} + \frac{1}{8k+5} + \frac{1}{8k+6} \right)$$

Exemple :

Nous utilisons 100 termes de la série pour l'approximation :

$$\approx \pi 3.141592653589793$$

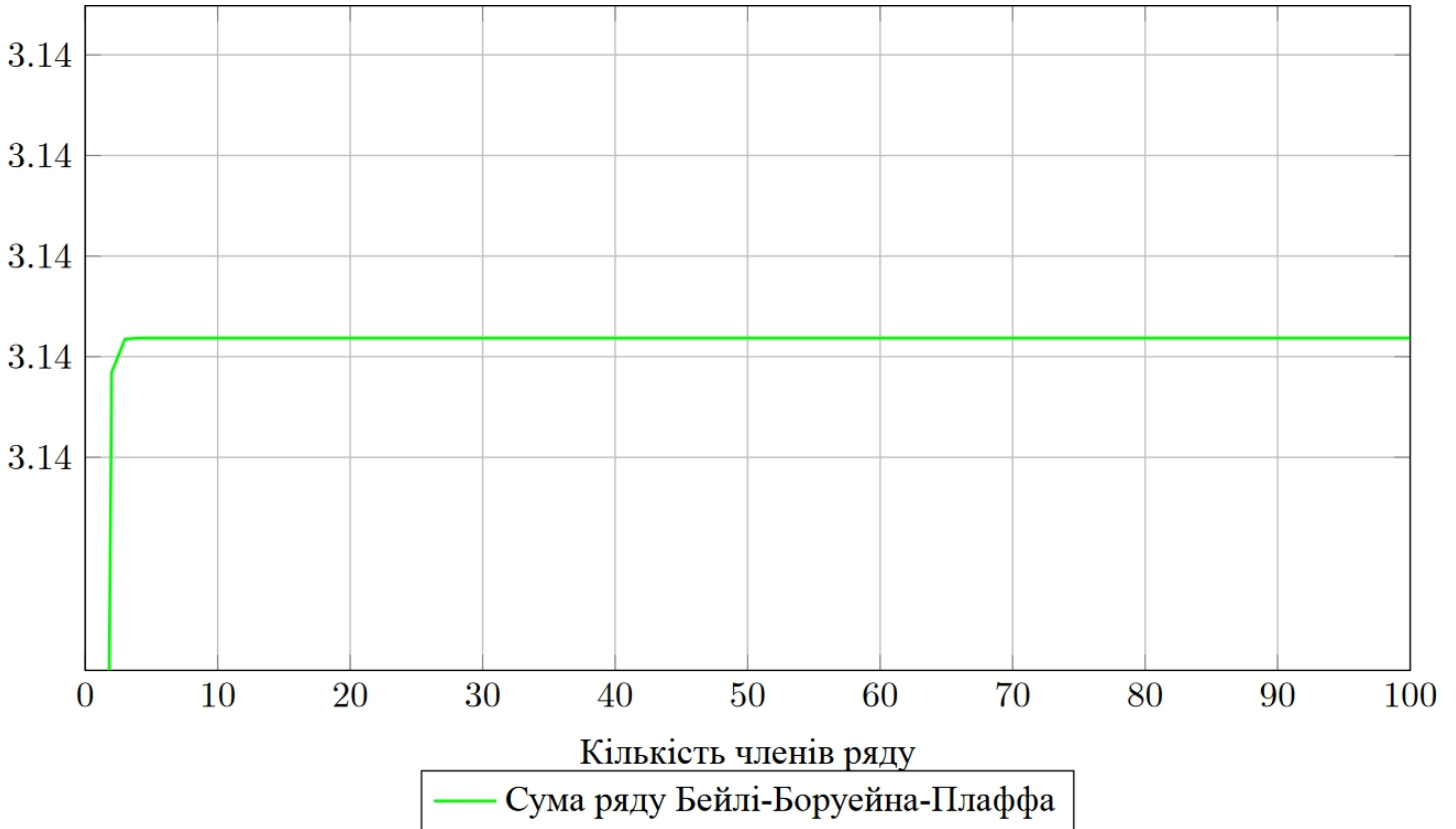


Fig. 3.2.6 - Graphique de convergence rapide de la somme des séries de Bailey-Borouin Pluffa

5. Méthode des intégrales définies [36].

La méthode d'intégrales définies intégrales peut aussi être utilisée pour calcul de. Par exemple, l'intégrale de la fonction (1) : $\frac{1}{1+x^2}$ peut aussi être

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4}$$

Pour calculer π , nous utilisons la formule suivante :

$$= \pi \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

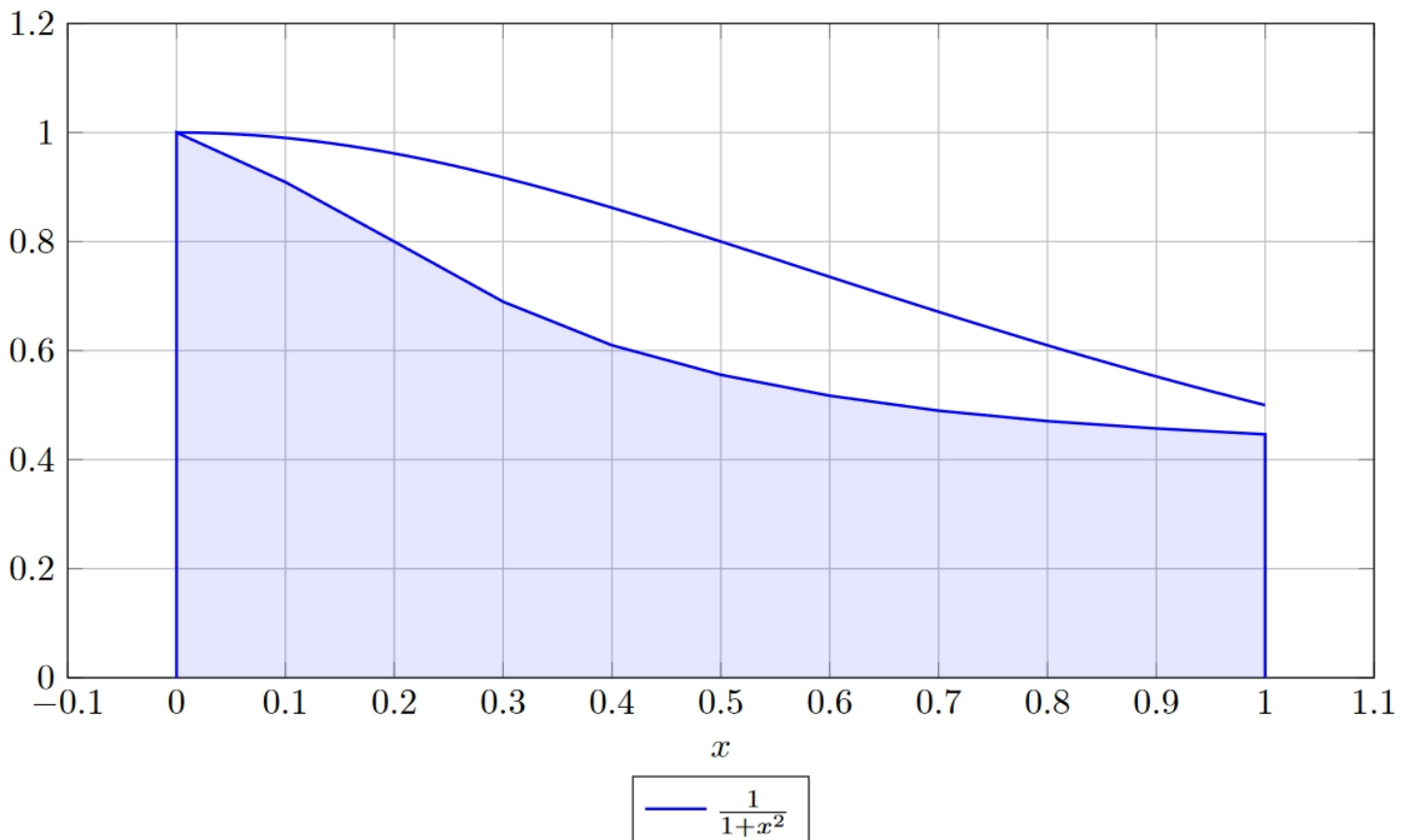


Fig. 3.2.7 - Fonction $\frac{1}{1+x^2}$ et l'aire sous la courbe sur l'intervalle $[0, 1]$

Exemple 3 : Utilisation d'autres méthodes Examinons les principales méthodes de calcul :

1. La méthode de Chudnovsky

La méthode de Chudnovsky est très efficace pour calculer π avec une grande précision. Elle se présente sous la forme suivante

$$\frac{1}{\pi} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (6k)! (91409)}{(3k)! (k!)^3 (640320)^{3k+3/2}}$$

Exemple :

Nous utilisons 10 termes de la série pour l'approximation :

$$\approx \pi \ 3.141592653589793238462$$

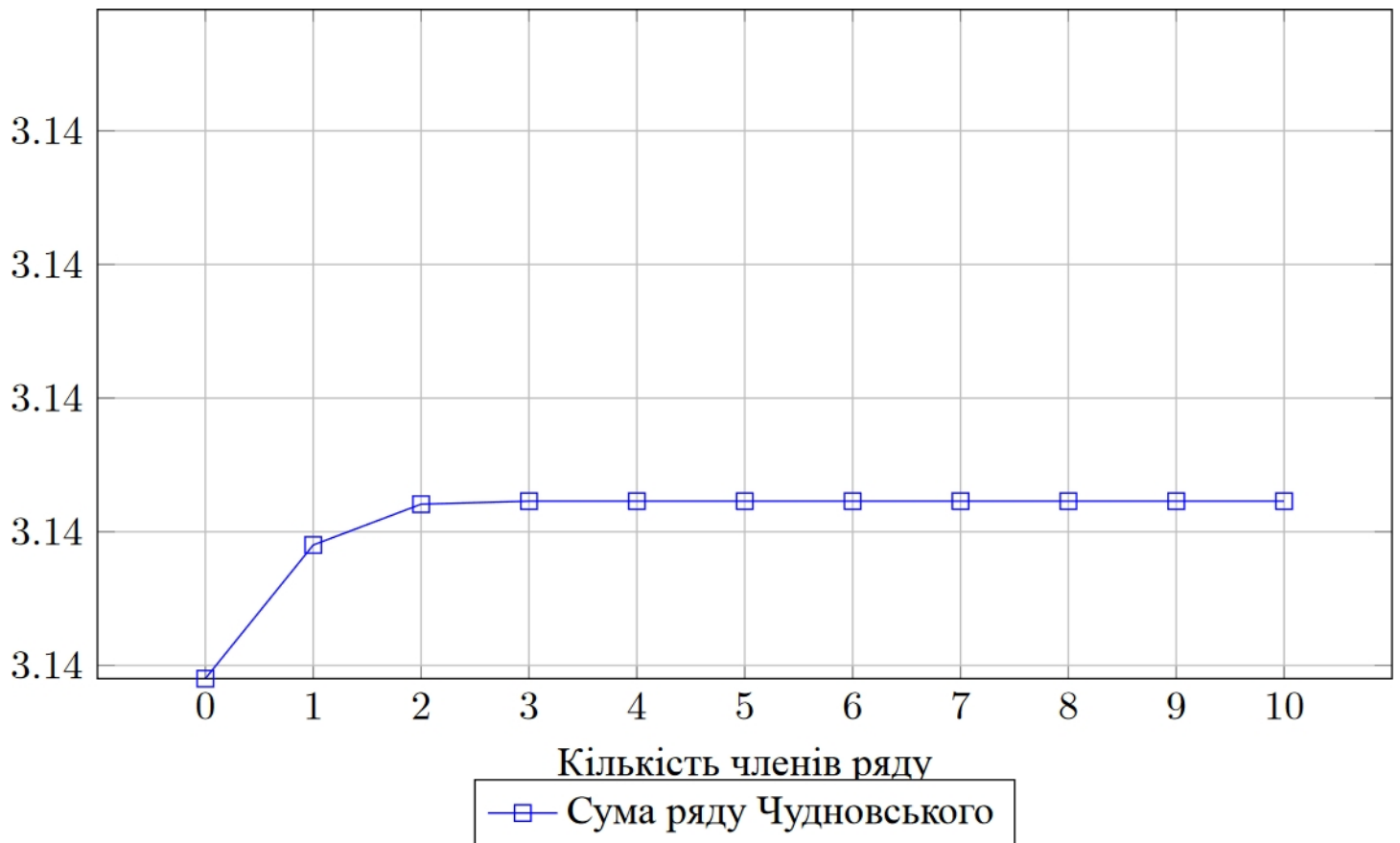


Fig. 3.2.8 - Graphique de convergence rapide de la somme de la série de Chudnovsky

2. La méthode de Borwin

La méthode de Borwin utilise un développement en série de π . L'une de ces séries a la forme suivante

$$\pi = \frac{6 \sqrt{3}}{5} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (6k)! (13591409 545140134k)}{(3k)! (k!)^3 640320^{3k+3/2}}$$

Exemple :

Nous utilisons 10 termes de la série pour l'approximation :

$$\approx \pi 3.141592653589793238462$$

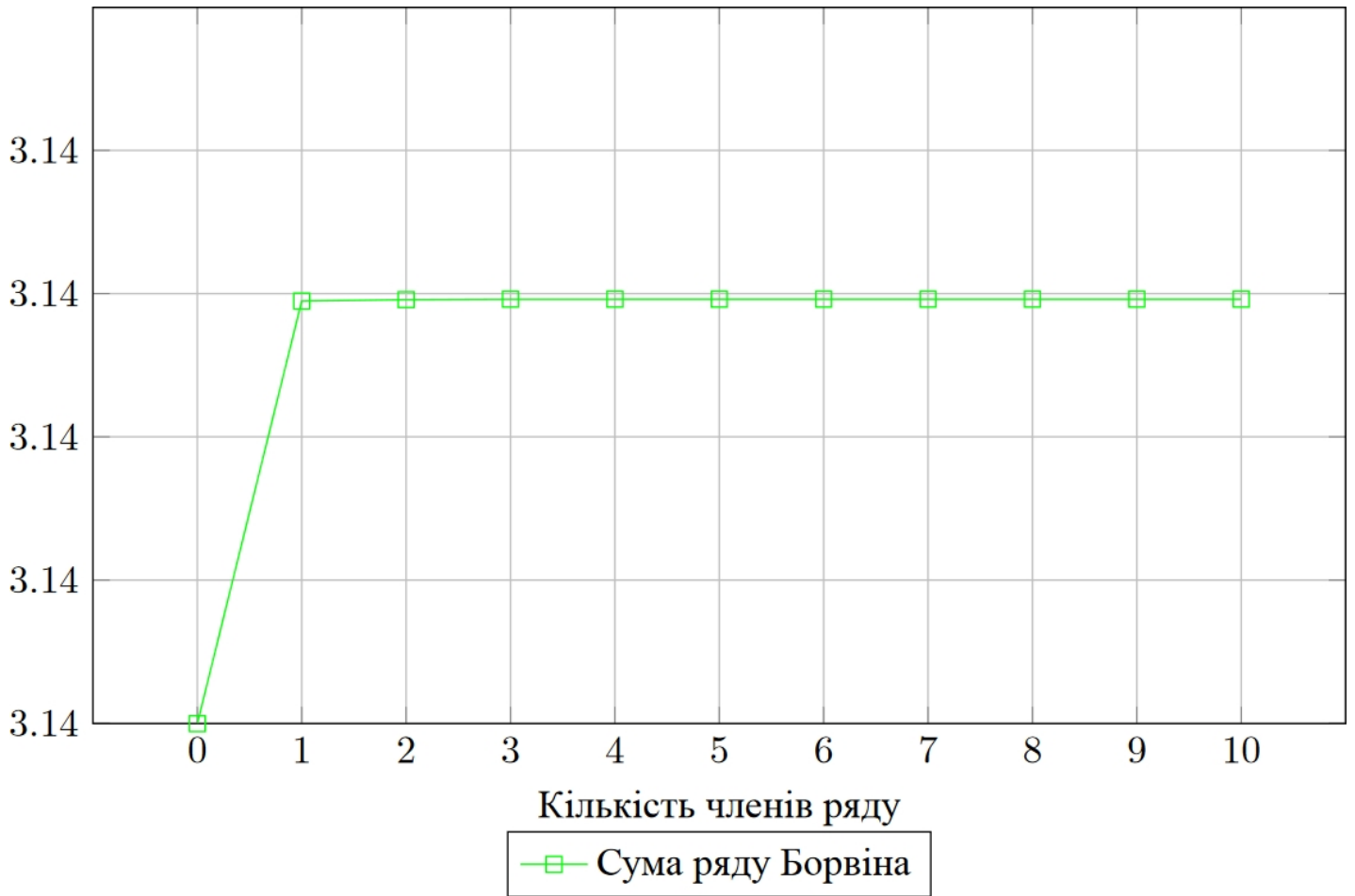


Fig. 3.2.9 - Graphique de convergence rapide de la somme des séries de Borwin)

Conclusions de la section II

L'analyse et la comparaison des méthodes de calcul du nombre " π " à l'aide de formules de mathématiciens célèbres et de séries numériques montrent à quel point il est important de développer des approches mathématiques pour atteindre une grande précision dans la détermination de cette constante fondamentale. L'histoire du calcul du nombre " π " montre l'évolution des méthodes et des outils mathématiques qui sont devenus plus précis et plus efficaces au fil du temps.

Les méthodes proposées par d'éminents mathématiciens tels que Léonard de Pise, François Viét, John Wallis, Isaac Newton et Gottfried Leibniz ont considérablement amélioré la précision du calcul du nombre " π ". Fibonacci, en utilisant la méthode d'Archimède avec des polygones, a atteint une précision de neuf décimales. Viét a été le premier à utiliser une série infinie, ce qui lui a permis d'atteindre une précision de neuf , ce qui était un résultat important pour l'. La méthode de Wallis, basée sur le produit infini de fractions, a montré qu'il existait des moyens efficaces de calculer " π " avec une grande précision.

Les travaux d'Isaac Newton et de Gottfried Leibniz, basés sur l'utilisation de séries de puissances, ont démontré le potentiel de ces méthodes pour atteindre une grande précision dans la détermination du nombre " π ". Newton a utilisé une série de puissances pour calculer l'arctangente, ce qui lui a permis d'atteindre une grande précision, bien que ses résultats n'aient pas été publiés. Leibniz a proposé la série de Leibniz, qui a également permis d'obtenir la valeur exacte du nombre " π ".

De nouvelles méthodes développées à la Renaissance, comme celles de Ludolphus van Zeulen, James Gregory et Raja Sivalingam, ont également contribué à améliorer de manière significative la précision des calculs. Van Zeulen, en utilisant une méthode itérative avec des polygones, a atteint une précision de 35 décimales. Gregory et Sivalingam ont proposé de nouvelles séries pour calculer le nombre " π ", qui ont permis d'atteindre une précision de 17 décimales.

Léonard Euler, l'un des plus éminents mathématiciens du XVIIIe siècle, a contribué de manière significative au développement de méthodes de calcul nombre π . Il a développé plusieurs

différentes approches, y compris les séries d'Euler et les intégrales elliptiques, qui nous ont permis d'atteindre une précision allant jusqu'à 20 décimales.

Au XIXe siècle, de nouvelles méthodes ont été développées, comme celles de Charles Havercraft et de William Rugin, qui ont permis d'atteindre une précision encore plus grande. Havercraft a utilisé des intégrales elliptiques pour atteindre une précision de 62 décimales, tandis que Rugin, en utilisant des séries de puissances, a atteint une précision de 707 décimales.

Des méthodes de calcul du nombre " π " à l'aide de séries numériques ont également montré leur efficacité. La série de Leibniz, bien qu'elle ait une convergence lente, reste importante d'un historique. Les séries d'Euler, les séries harmoniques, les séries de Chudnovsky et la méthode de Borwin permettent d'obtenir une grande précision avec un nombre minimal de calculs, ce qui les rend efficaces pour l'informatique moderne.

Les technologies informatiques modernes permettent d'utiliser ces méthodes pour obtenir une précision encore plus grande dans la détermination du nombre " π ". L'utilisation d'ordinateurs puissants et de logiciels spécialisés permet de calculer " π " avec une précision de plusieurs milliards, voire de plusieurs trillions de chiffres. Ces réalisations ont été rendues possibles par le développement de méthodes basées sur des séries numériques et leur combinaison avec les technologies informatiques modernes.

Les méthodes basées sur les séries de nombres restent des outils clés des mathématiques informatiques modernes. Elles fournissent des approximations très précises du nombre π et sont à la base de nombreux algorithmes de calcul modernes. L'utilisation de ces méthodes permet d'atteindre une grande précision dans les calculs, ce qui est important pour la recherche scientifique et les applications pratiques dans divers domaines de la science et de la technologie.

Les méthodes de calcul du nombre " π " à l'aide d'intégrales définies sont également importantes en analyse mathématique. Les intégrales définies vous permettent de calculer la valeur de " π " avec plus de précision en utilisant les propriétés de

les fonctions et leurs représentations intégrales. Intégrales de fonctions $\frac{1}{1+x^2}$ et $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ e

exemples classiques de l'utilisation du calcul intégral pour calculer le nombre " π ".

Intégrale de la fonction $\frac{1}{1+x^2}$ associée à l'arctangente peut être représentée par une série de Leibniz. Cette méthode est efficace pour calculer " π ", mais elle présente l'inconvénient d'une convergence lente de la série, ce qui nécessite un grand nombre de calculs pour atteindre une grande précision.

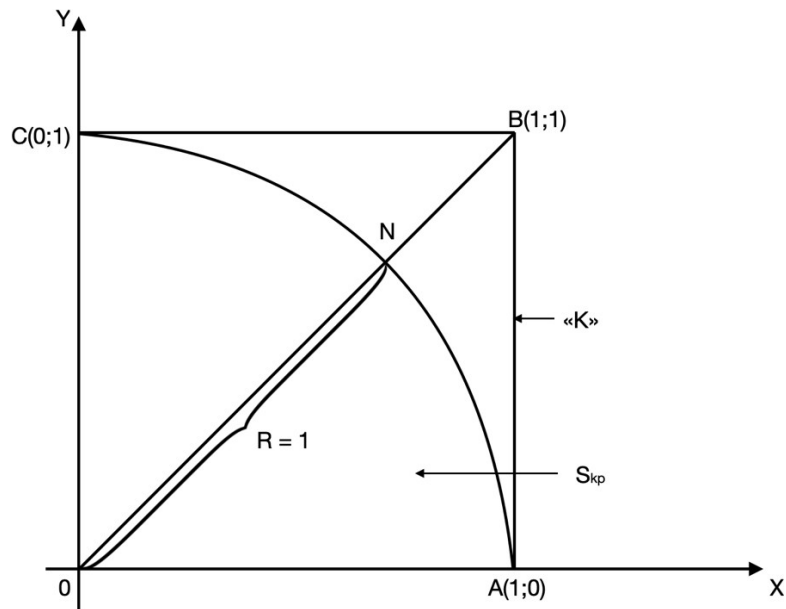
L'intégrale de la fonction $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ qui décrit la longueur de l'arc de cercle, peut aussi être utilisée pour calculer le nombre " π ". L'utilisation du développement binomial et des fonctions trigonométriques permet d'obtenir des valeurs précises de " π ", ce qui est utile pour de nombreuses applications scientifiques et techniques. Les méthodes de calcul du nombre " π " à l'aide d'intégrales définies démontrent l'importance de combiner les connaissances théoriques de l'analyse mathématique, de la théorie des séries et des fonctions trigonométriques pour obtenir une grande précision dans les calculs. Elles sont utilisées dans de nombreux algorithmes de calcul mathématique, notamment pour calculer l'aire des secteurs circulaires, la longueur des arcs et d'autres quantités géométriques.

Ces méthodes sont également utiles dans l'enseignement des mathématiques, car elles permettent aux étudiants de comprendre les principes de base du calcul intégral et son application au calcul des constantes mathématiques. L'application pratique de ces méthodes à des problèmes éducatifs contribue à développer les capacités d'analyse et de calcul, qui sont importantes pour les futurs mathématiciens et ingénieurs.

En général, l'analyse et la comparaison des méthodes de calcul du nombre " π " montrent comment le développement des connaissances et des outils mathématiques contribue à l'obtention d'une grande précision dans la détermination de cette constante fondamentale. Depuis l'utilisation de constructions géométriques simples dans l'Antiquité jusqu'aux algorithmes sophistiqués et aux programmes informatiques du monde moderne, le développement des méthodes de calcul du nombre π reflète les progrès de l'humanité dans la compréhension des principes mathématiques et des lois de la nature. Cela démontre l'intérêt continu pour le nombre π et son importance pour la recherche scientifique et les réalisations techniques.

SECTION III. Résolution de problèmes visant à obtenir des formules de calcul du nombre π

3.1 =Les algorithmes de résolution des problèmes sont liés à l'utilisation d'un carré de côté a 1, situé dans le système de coordonnées Ohu avec un quart de cercle de rayon R = 1.



=Fig. 1 - Carré "K" avec côté a 1

==Il est clair que l'aire S_k 1 et l'aire $S_{(kp)}$ d'un quart de cercle de rayon R 1 est égal à $S_{kp} = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{\pi}{4} (1)$.

D'autre part, nous avons l'égalité :

$$S_{(kp)} = 1 - S_{ASVA} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\pi} = -\frac{1}{4} S_{(ASVA)}$$

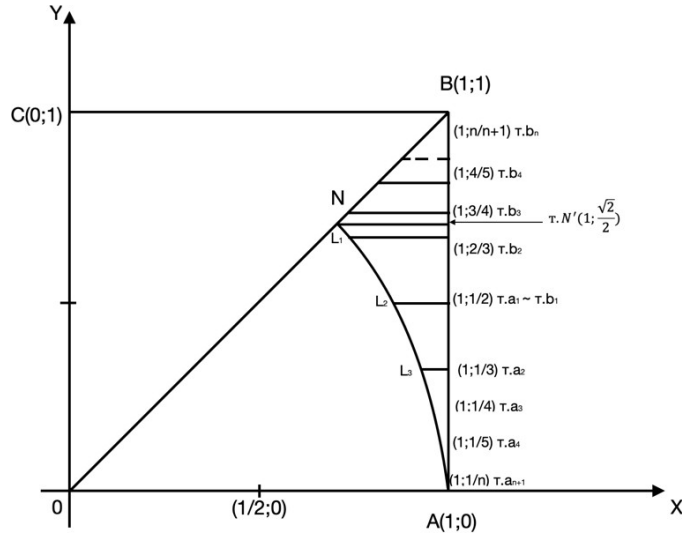
$$\pi = -4 (1 S_{(ASBA)}) \quad (2)$$

π Ainsi, le calcul du nombre se réduit au calcul de la surface $S_{(ABCA)}$ et à l'utilisation de la formule (2).

La solution du problème est simplifiée si l'on utilise l'égalité (selon la figure 1) :

$$\pi = -S_{\frac{1}{N}8} (2) \quad (3)$$

S_{BN} Problème 1 : Pour calculer , nous compléterons le modèle géométrique de la Fig. 1 une suite de points sur le côté du carré "K" à coefficients t. a_n (1 ; 1), t. b_n (1 ; 1/n+1) (Fig. 2).



S_{BN} Fig. 2 - L'aire de divisée par la somme des aires des trapèzes courbes Les coordonnées du point N ne correspondent pas aux coordonnées des carreaux a_n et b_n, donc Déterminons-les en résolvant une simple équation :

$$\begin{aligned}
 &= -x \sqrt{1-x^2} & (4) \\
 &x = \frac{1}{\alpha} \\
 &x = \pm \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\alpha}}
 \end{aligned}$$

Dans notre cas, nous l'utilisons :

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{2}}{\alpha}, \quad y = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \\
 &t. \frac{\sqrt{2} N \sqrt{2}}{2}, \text{ vol. } (1; \frac{2}{2})
 \end{aligned}$$

Dans la Fig. 2, nous observons l'égalité suivante :

$$S_{BN} = S_{\Delta NN B} + S_{(tr)}, \tag{4}$$

Soù tr est la somme des aires des trapèzes L₁b₂N'N, L₁L₂a₁b₂, L₂L₃a₂a₁, ... , L_{n+1}L_{n+2}a_{n+1}a_(n).

S_{ΔNNB} Calculons et tr. Pour cela, il faut déterminer l'abscisse de t. N, L₁, L₂, ..., L_n. D'après la Fig. 2, cela est possible en utilisant l'équation :

$$\begin{aligned}
 & \overline{-=y} \qquad \sqrt{1 x^{(2)} (5)} \\
 T. y = \sqrt{-} \rightarrow \overline{-} \rightarrow \sqrt{N} : \left(\frac{1}{2}; 1 x^2 \frac{1}{2} x^2 \frac{1}{2} x \right)^{(2)} & \frac{-}{2} \\
 T. y = - \rightarrow \overline{-} \rightarrow \sqrt{L(1)} : \left(\frac{2}{9}; 1 x^2 \frac{4}{9} x^2 \frac{5}{9} x \right)^{(5)} & \frac{-}{3} \\
 T. y = - \rightarrow \overline{-} \rightarrow \sqrt{L(2)} : \left(\frac{1}{4}; 1 x^2 \frac{1}{4} x^2 \frac{3}{4} x \right)^{(3)} & \frac{-}{2} \\
 T. y = - \rightarrow \overline{-} \rightarrow \sqrt{L(3)} : \left(\frac{1}{9}; 1 x^2 \frac{1}{9} x^2 \frac{8}{9} x \right)^{(8)} & \frac{-}{3} \\
 T. y = - \rightarrow \overline{-} \rightarrow \sqrt{L(4)} : \left(\frac{1}{16}; 1 x^2 \frac{1}{16} x^2 \frac{15}{16} x \right)^{(15)} & \frac{-}{4}
 \end{aligned}$$

$$\frac{T. y = \sqrt{-} \rightarrow \overline{-} \rightarrow \sqrt{L} : \left(\frac{1}{(1+n)^2}; 1 x^2 \frac{1}{(1+n)^2} x \right)^{(1)} \rightarrow \overline{-} \frac{x^{(2)} 1^1}{(1+n)^2} \frac{-}{n+1} \sqrt{n(1+n)-1}$$

$S_{\Delta NNB}$ En utilisant l'abscisse définie, on calcule les aires de et tr :

$$\begin{aligned}
 S_{\Delta NNB} &= \frac{1}{2} * |NB| = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}^2}{2} \approx \frac{-\sqrt{3} 2 2^2}{2} \approx |NN'| \left(\frac{1}{2} \right) 0.042893 \\
 S_{NLLN} &= \frac{1}{2} (|L\bar{b}\bar{b}| + |\bar{L}b\bar{b}|) = \frac{\sqrt{1}}{2} + \frac{\sqrt{1}}{2} \cdot \left(\frac{NN'}{2} \left| \frac{N'}{2} \right| \right) \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}-2}{3} \right) \right] \left(\frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(-\frac{\sqrt{-\sqrt{3} 2 2 5}}{6} \right) \frac{\sqrt{-\sqrt{3} 2 4}}{6} \approx 0,011071 \qquad (II)
 \end{aligned}$$

En utilisant les inégalités (I) et (II), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 S_{\Delta NNB} + S_{NLLN} &\approx \approx \left(\frac{1}{2} \right) 0.053 0.053 \qquad (III) \\
 S_{LLab_1(2)1 2} &= \frac{1}{2} (|\bar{b}| + |\bar{L}\bar{a}|\bar{a}|) = \frac{\sqrt{1}}{2} + \frac{\sqrt{1}}{2} - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left| \frac{L}{3} \right| \right] \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{3} \right) \right] \left(\frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{+72 5 3 3 1}}{2 (2 6)} \approx \frac{1}{6} 0.032385
 \end{aligned}$$

La valeur des bases séquences de trapèzes $LLaa_{\{ (n+1) (n+2)(n+2)n+1 \}}_{n=1}^{\infty}$ est calculé et modifié par la formule :

$$|\bar{a}| = \frac{1}{n+} - \frac{1}{n+} = \frac{1}{n+n+} \frac{1}{a_{\bar{n}+1} \bar{n}+2} \frac{1}{1 2 (1)(2)} \qquad (5)$$

$LLaa^{\infty}$ Par conséquent, la somme des aires de la séquence de trapèzes $\{_{n+1} (n+2)(n+2)n+1 \}_{n=1}^{\infty}$ est égale à la somme de la ligne :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left[-\frac{\sqrt{n+2} \sqrt{2n}}{n+2} - \frac{\sqrt{n+1} \sqrt{(n+2)^2 - 1}}{n+3} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right] \quad (6)$$

Ainsi, en utilisant les inégalités (3), (4), (I), (II), (III) ensemble, nous obtenons la formule suivante pour calculer la valeur approximative de π :

$$\pi = -8 \left[0.415 \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\sqrt{n+2} \sqrt{2n}}{n+1} - \frac{\sqrt{n+1} \sqrt{(n+2)^2 - 1}}{n+2} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \right] \quad (7)$$

π = Calculer en fonction de la condition

n 2 :

$$\pi = -3.324 \left[\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{8}}{3} \right) \frac{1}{6} \left(2 - \frac{\sqrt{8}}{4} \right) \frac{1}{12} \right] \approx -3.324 \left[(2 \cdot 0.866025 - 0.942809) \frac{1}{6} + \left(2 \cdot 0.942809 - 0.968245 \right) \frac{1}{12} \right] \approx -3.324 [0.032824 - 0.007412] = 3.159056$$

Objectif. 2. Calculer la valeur approximative du nombre π en utilisant le modèle géométrique de la Fig. 3.

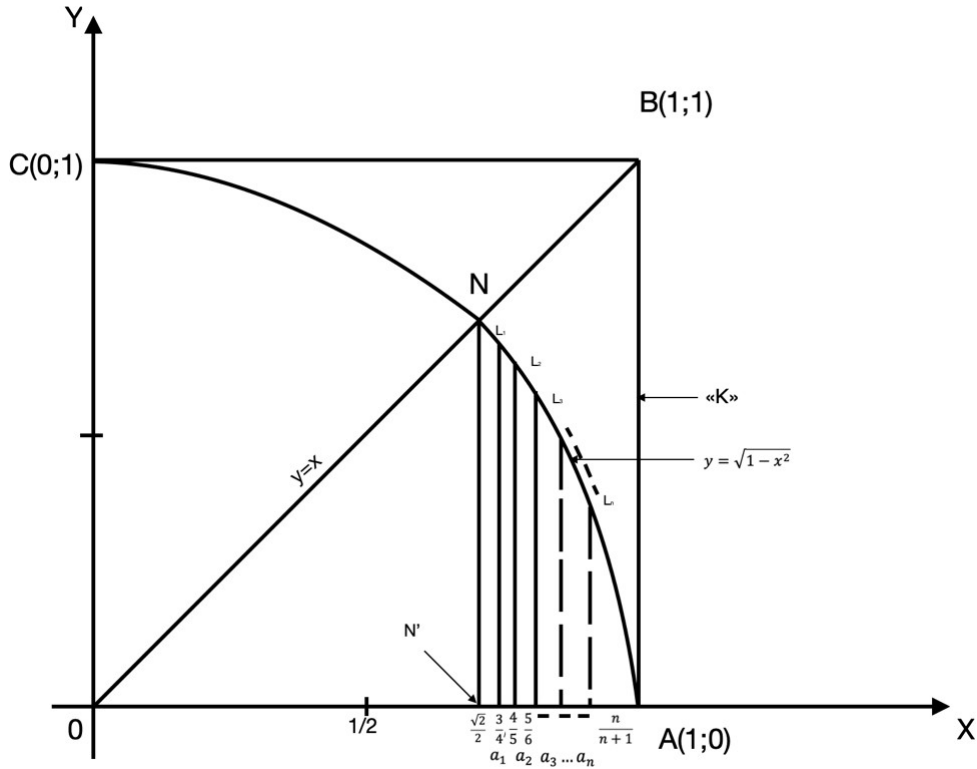


Fig. 3

Il est clair que les points N et N' respectivement ont des coordonnées $(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$ et $(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0)$.

La suite a_n a pour coordonnées $(\frac{n}{n+1}; 0)$.

D'après la Fig. 3, nous observons l'égalité :

$$\pi = S + S_{\Delta ONN'} \quad (8)$$

$$S = \Delta ONN' \quad (I)$$

$$S = \Delta ONN' = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4} \quad (II)$$

$$S = S_{NNl_1} + S_{l_1l_2} + \dots + S_{a_n a_{n+1}} \quad (III)$$

$$\begin{aligned}
 S_{NNla_{11}} &= \frac{1}{2} \left[|\bar{N}N| + |\bar{a}l \cdot |\bar{N}a| \right]_{11} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}} \right) \left(\frac{3}{4} \right) \frac{1}{2} \\
 &= +2 \left(\frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{1}}{4} \cdot \frac{3}{4} \right) \\
 &= \frac{1}{32} \approx (5,474178 \ 0,171572) \ 0,029350 \text{ (IV)}
 \end{aligned}$$

lAaL'aire de (1) est 1 (1) allaCalculer à partir de la somme des aires des trapèzes : 1 1 2 1,

allaa_nl_nla_{2 2 3 3, ... , n+1 (n+1)}. En d'autres termes, en utilisant la $\sum_{n=1}^{\infty} S_{a_n l_n l_{n+1} a_{n+1}}$ (9)

Pour pour ce faire vous devez déterminer ordonnées de la séquence $_{n=1}^{\infty}$ de points $_{n^{\infty}} \{l\}$ en utilisant la formule : $y_{nn} = \sqrt{1 - (x)^2}$

(10)

Dans la Fig. $x = \frac{n+1}{n+3}$, $y = \frac{\sqrt{1 - (\frac{n+1}{n+3})^2}}{n}$, on observe que (, donc $\sqrt{1 - (\frac{n+1}{n+3})^2} = \frac{\sqrt{4n+5}}{n+3}$ (11)

$|\bar{a}_n \bar{a}|_{n l_n l_{n+1} a_{n+1}}$ Les valeurs des bases $_{n=1}^{\infty}$ de la séquence trapézoïdale $\{a_{n+1} l_{n+1}\}$ sont déterminées par formule

$$|\bar{a}_n \bar{a}|_{n l_n l_{n+1} a_{n+1}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n+4} + \frac{1}{n+3} \right) \frac{1}{n+3} \quad (12)$$

En utilisant les inégalités (I), (II), (11), (12), nous obtenons le résultat :

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_{a_n l_n l_{n+1} a_{n+1}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 - (\frac{n+1}{n+3})^2}}{(n+3)^2} \quad (13)$$

$$\pi \approx +8 \quad [0.28 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+n+(3)^2(4)^{(2)}}] \Rightarrow$$

$$\pi \approx +2 \cdot 25 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+n+(3)^2(4)^{(2)}} \quad (14)$$

π Calculons séquentiellement pour : $n=1, n=2$ et $n=3$.

$$n = \pi \approx +1 : 2.25 \cdot 4 \frac{\sqrt{1 - (\frac{1}{4})^2}}{16 \cdot 25} \approx +2 \cdot 25 \cdot 0.252288 \cdot 2.502288$$

$$n = \pi \approx +2 : 2.25 \cdot 4 \left(\frac{\sqrt{1 - (\frac{2}{5})^2}}{16 \cdot 25} + \frac{\sqrt{1 - (\frac{3}{6})^2}}{25 \cdot 36} \right)$$

$$\approx +2 \cdot 25 \cdot 4(0.063072 \ 0.038426) \cdot 2.655992$$

$$n = \pi \approx +3 : 2.254(0. + \frac{\sqrt{+ \sqrt{7} 11 6 \sqrt{13}}}{*36 49})$$

$$\approx + + \approx 2 .254(0.101498 0.025425) 2.757692$$

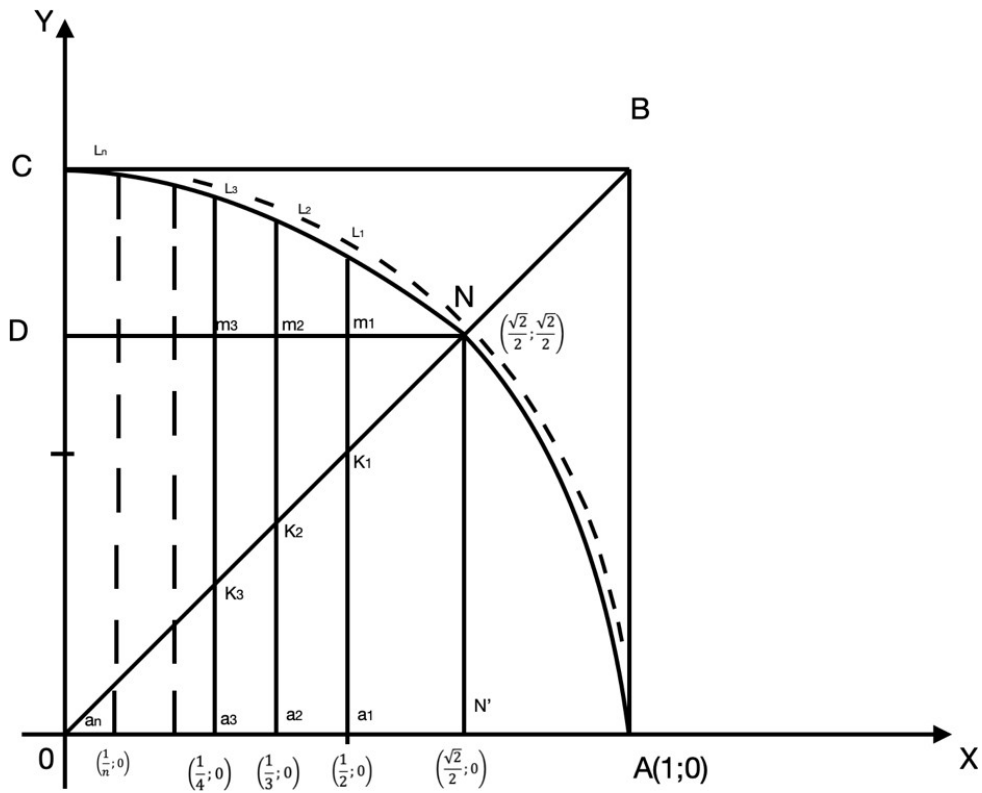


Fig. 4

Problème 3 : Trouvez la valeur de π en calculant l'aire de la figure OAC .

Dans la Fig. 4, nous observons l'égalité des

$$\frac{\pi}{8} = S - S_{\triangle ONN} \tag{15}$$

où, $S_{\triangle ONN}$ est égal à la somme des aires de la séquence des trapèzes : $a_1 N' N L_1, a_2, a_1, L_1, L_2, a_n, a_{n-1}, L_{n-1}, L_n$.

$$S_{\triangle ONN} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height} = \frac{1}{4} \tag{16}$$

Tâche 4. Calculez la valeur de π en utilisant le calcul de la surface :

$$S_{KNL} S_{KKLL} S_{KK_n L_n} 1, 2, 1, 1, 2, \dots, n+1, n+2$$

Tâche 5. Calculez la valeur de π en utilisant l'inégalité :

$$\pi \approx S_{OND} + S_{mNL} + S_{mmLL} + \dots + S_{mm_n L_n} \tag{8}$$

Objectif 6. Calculer la valeur de π en utilisant longueurs de segments $NLLL\bar{L}_{[1]}, [1(2)], \dots, [(\bar{n}+1)]$.

Tâche 7. Calculer la valeur de π en utilisant longueurs de segments $NLLL\bar{L}_{[1]}, [1(2)], \dots, [(\bar{n}+1)]$ sur le modèle de la Fig. 2.

Tâche 8. Calculer la valeur de π en utilisant longueurs de segments $NLLL\bar{L}_{[1]}, [1(2)], \dots, [(\bar{n}+1)]$ sur le modèle de la Fig. 3.

Tâche 9 : Calculez la valeur de l'utilisation du modèle de la figure 5.

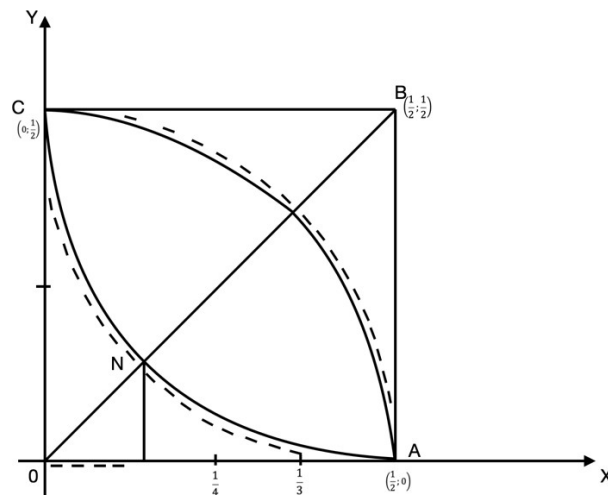


Fig. 5

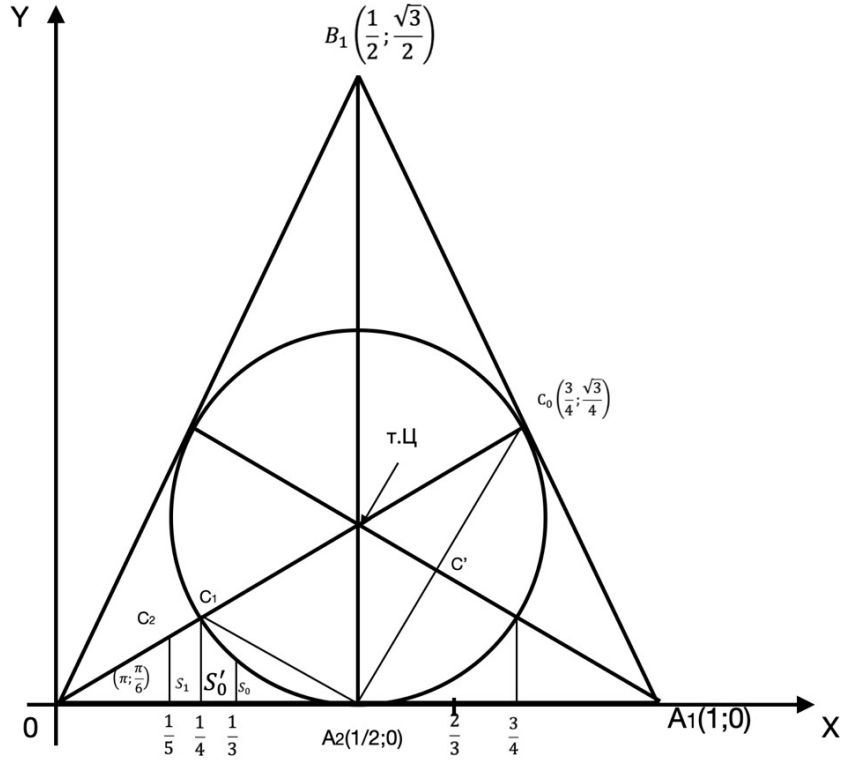
$$\pi = S_{\Delta OAB} + S_{OAK}$$

(8) (')

$$S_{\Delta O} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

S_{OAK} est constituée des aires des trapèzes (voir problèmes précédents).

3.2 Problèmes impliquant l'utilisation d'un triangle isocèle et de numériques $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$



$$-S_k = S_{\Delta O A_1} - S_{V O A C} = -\frac{1}{6} \frac{\sqrt{3}}{24} S_k$$

$$S_k = \pi \cdot \frac{1}{1} \frac{\pi}{2} \frac{\pi}{12}$$

$$-S_k = \frac{1}{6} \frac{\pi}{72}$$

$$\sin |\hat{O\bar{C}}| |\bar{O\bar{A}}| = \sin \pi$$

$$\frac{1}{6} \frac{1}{2} = \frac{\cos}{6} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{3}$$

$$\bar{O\bar{C}}: y = \frac{\sqrt{3}}{3} x \tag{1}$$

$$|| = |\bar{O\bar{A}}| \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\sqrt{t.C(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{6})} \rightarrow r = \sqrt{\frac{3}{6}}$$

$$= \sqrt{r} = \text{Cercle : } (y - \frac{\sqrt{3}}{6})^2 + (x - \frac{1}{2})^2 = \sqrt{2(1)} \frac{1}{12} = (x - \frac{1}{2})^2$$

$$y = \frac{\sqrt{-3} \pm \sqrt{-3 - 12(x - \frac{1}{2})^2}}{6} \quad (2)$$

$$\sqrt{x} = \frac{\sqrt{-3} \pm \sqrt{-3 - 12(x - \frac{1}{2})^2}}{6} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3} x - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 = \frac{1}{12} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + 1\right) \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{2} = \pm \frac{1}{16} = \pm \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} = x + \frac{1}{4} = 1 \quad ; \quad x = \frac{1}{2} = x - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

C'est donc le cas :

$$\sqrt{t} \cdot C_0\left(\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right); t \cdot C_1\left(\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{3}{12}\right); t \cdot C_2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{3}{12}\right); \dots; t \cdot C_n\left(\frac{1}{n+3}; \frac{3}{3n+3}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3}}{n+3} \cdot \frac{1}{3}$$

$$S = \int_{1/5}^{\sqrt{1/4}} \frac{\sqrt{3}}{3} x dx = \frac{\sqrt{3}}{3} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_{1/5}^{\sqrt{1/4}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \left[\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right] = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{9}{400} = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{9}{5^2 \cdot 2^4}$$

$$S = \int_{1/6}^{\sqrt{1/5}} \frac{\sqrt{3}}{3} x dx = \frac{\sqrt{3}}{6} \left[\frac{1}{25} - \frac{1}{36} \right] = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{11}{900} = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{11}{5^2 \cdot 6^2}$$

$$S = \int_{1/7}^{\sqrt{1/6}} \frac{\sqrt{3}}{3} x dx = \frac{\sqrt{3}}{6} \left[\frac{1}{36} - \frac{1}{49} \right] = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{13}{1764} = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{13}{6^2 \cdot 7^2}$$

$$\begin{aligned}
 S_n &= \frac{\sqrt{x}}{6} n + \frac{\sqrt{1}}{3^{(2)}} 3^3 \left[\frac{1}{6 + (n-3)^2} - \frac{1}{(n-4)^2} \right] \\
 &= \frac{\sqrt{n} + \dots - n - \dots - 3^{(2)} 8n 16^{(2)} 6n 9}{n + \dots n + 6 (3)^2 (4)^2} = \frac{\sqrt{3} + 2n 7}{n + \dots n + 6 (3)^2 (4)^2} \\
 x=y_0 \cdot 3^{-1} &= \frac{1}{6} - \sqrt{\frac{1}{12} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} - \sqrt{\frac{1}{12} - \frac{1}{36}} = \frac{\sqrt{3}}{6} - \sqrt{\frac{2}{36}} = \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{2}}{6} \\
 &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{6} \rightarrow \pi \left(\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{6} \right) \\
 S_n &\approx \frac{\sqrt{1} + \sqrt{3}}{2 \cdot 3} \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right] \frac{1}{6} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2 \cdot 12} = \frac{1}{2 \cdot 144} - (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) \dots \\
 S_n &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \left[\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{6} \right] \frac{1}{2 \cdot 6^2} = \frac{1}{2 \cdot 6^2} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \frac{1}{2 \cdot 36} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \dots \\
 S_A &\approx S_n + S_{\text{sect.OC}(1,2)} \cdot S_0 \\
 &= \frac{\sqrt{3} + 2n 7}{n + n + 6 (3)^2 (4)^2} + \frac{1}{2 \cdot 36} \left[\frac{1}{4} - (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) \sqrt{3} - \sqrt{2} \right] \dots \\
 &= \frac{\sqrt{3} + 2n 7}{n + n + 6 (3)^2 (4)^2} + \frac{1}{2 \cdot 36} \left[\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{4} \right] \dots \\
 &= \frac{\sqrt{3} + 2n 7}{n + n + 6 (3)^2 (4)^2} + \frac{1}{2 \cdot 144} [7\sqrt{3} - 6\sqrt{2}] \dots \\
 \frac{\pi}{12} \cdot \frac{1}{6} &= S_{\Delta OA} - S_{OCA_2C \text{ sect.}(1,2)} \\
 &= \frac{\sqrt{1}}{2 \cdot 2} \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3} + 2n 7}{n + n + 6 (3)^2 (4)^2} + \frac{1}{2 \cdot 144} - [7\sqrt{3} - 6\sqrt{2}] \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi &\approx -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{16} - \frac{5\sqrt{3}}{64} + \frac{7\sqrt{3}}{256} - \frac{9\sqrt{3}}{1024} + \frac{11\sqrt{3}}{4096} - \frac{13\sqrt{3}}{16384} + \frac{15\sqrt{3}}{65536} - \frac{17\sqrt{3}}{262144} + \dots \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{16} - \frac{5\sqrt{3}}{64} + \frac{7\sqrt{3}}{256} - \frac{9\sqrt{3}}{1024} + \frac{11\sqrt{3}}{4096} - \frac{13\sqrt{3}}{16384} + \frac{15\sqrt{3}}{65536} - \frac{17\sqrt{3}}{262144} + \dots \\ &= +\dots - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt{3} (2n-1)}{4^n} \\ &= \left(\frac{5\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-1)}{4^n}}\right) \frac{12\sqrt{3}}{(3)^2(4)^2} \approx \end{aligned}$$

≈+(2,1651 2,1213)

$$- 20,7846 \left[\frac{9}{16} + \frac{11}{25} + \frac{13}{36} + \frac{15}{49} + \frac{17}{64} + \dots \right] \approx$$

$$\approx -+++++\dots 4.2864 20.7846 [0.0225 0.0122 0.0071 0.0048 0.0033 \approx$$

$$\approx -\approx -\approx 4.2864 20.7846 [0.05] 4.2864 1.0367 3.249$$

$$S_{n=6} = 3,249 0,049 3,200$$

$$S_{n=7} = 3,200 0,036 3,164$$

$$S_{n=8} = 3,164 0,027 3,14$$

$$\pi \approx \sqrt{-\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-1)}{4^n}} = \frac{5}{4} - \frac{\sqrt{12}}{2} - \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-1)}{4^n}} \frac{12\sqrt{3}}{(3)^2(4)^2} \approx$$

$$\pi \approx \left(\frac{5\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{12}}{2} - \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-1)}{4^n}}\right) \frac{12\sqrt{3}}{(3)^2(4)^2} \approx$$

$$\pi_{n=8} \approx \frac{\sqrt{+75 3 6 \sqrt{3}}}{4} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-1)}{4^n} \approx -1 2\sqrt{3} \frac{+2n 7}{(n 3)^2(n 4)^2} 4,2864 20,7846 [0,0552]$$

$$\approx -\approx 4.2864 1.1473 3.14$$

Tableau récapitulatif de la précision n

=n 1	$\pi \approx 2,502288$
=n 2	$\pi \approx 2,655992$
=n 3	$\pi \approx 2,797692$

n 4	$\pi \approx 2,82906$
n 5	$\pi \approx 2,88141$
n 6	$\pi \approx 2,92114$

Conclusions de la section III

Une analyse des méthodes de calcul du nombre π à l'aide de formes géométriques, telles qu'un carré avec les paramètres $a = 1$ et un cercle avec le rayon $R = 1$, montre que l'approche géométrique est non seulement historiquement importante, mais aussi pratique pour comprendre les principes mathématiques de base. L'utilisation de polygones inscrits dans un cercle permet d'approcher progressivement la valeur de π avec une grande précision, ce qui a été prouvé dans de nombreuses études historiques et modernes.

L'étape initiale de la construction d'un cercle de base de rayon 1 permet d'obtenir une forme de base pour les constructions géométriques ultérieures. Ce cercle sert de base pour inscrire des polygones tels que des carrés, des triangles et d'autres polygones droits. On sait que la longueur du cercle est 2π et que son aire est π . En inscrivant des polygones dans ce cercle, on rapproche le périmètre ou un autre élément du polygone, dans la transition de frontière, d'une partie du cercle, par exemple, l'aire. Cela nous permet de calculer le nombre π avec une grande précision.

L'insertion du carré droit dans le cercle est l'étape suivante de notre étude. Chaque côté du carré est une diagonale d'un triangle rectangle isocèle, dont l'hypoténuse est le rayon du cercle. En utilisant les propriétés d'un triangle et le théorème de Pythagore, nous pouvons déterminer la longueur d'un côté d'un carré. Dans ce cas, la longueur du côté

du carré est égal à $\frac{1}{\sqrt{2}}$, et le périmètre du carré est calculé comme suit : $4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$. Cette méthode montre comment les constructions géométriques peuvent être utilisées pour déterminer avec précision la longueur des côtés et le périmètre d'un polygone.

L'inscription d'un octogone régulier permet d'obtenir une approximation encore plus précise du nombre. Pour ce faire, nous divisons chaque côté du carré

en deux et de relier les points obtenus au centre du cercle. Cela nous permet de déterminer les nouveaux sommets de l'octogone. Calculer la longueur des côtés d'un octogone en utilisant le théorème du cosinus et les propriétés d'un triangle équilatéral

$\sqrt{2} - \sqrt{2}$ montre que la longueur du côté de l'octogone est de $2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2}$. Le périmètre de l'octogone est calculé comme suit : $8 \cdot (2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2})$. Cette approche montre comment l'utilisation de polygones inscrits avec de nombreux côtés nous permet de π pour obtenir des valeurs de plus en plus précises du nombre .

Les méthodes de calcul du nombre π à l'aide de formes géométriques ont de nombreuses applications pratiques dans divers domaines de la science et de la technologie. Dans les calculs d'ingénierie, le nombre π est à la base de nombreuses tâches, telles que le calcul du moment d'inertie d'une section circulaire, de la surface d'une partie circulaire, du volume d'un cylindre et de la surface d'une sphère. L'utilisation de valeurs π exactes permet de garantir la précision des calculs et d'améliorer la qualité des projets d'ingénierie.

En infographie, le nombre π est largement utilisé différents objets. Par exemple, le dessin d'objets circulaires à l'aide de polygones inscrits permet de créer des modèles réalistes d'objets circulaires. L'approximation des courbes à l'aide de polygones permet de modéliser des formes complexes avec une grande précision, ce qui est particulièrement utile pour le rendu des arcs de cercle et des secteurs. π Le rendu des objets cylindriques et sphériques est également basé sur des calculs précis du nombre, ce qui garantit des images réalistes.

π En mathématiques informatiques, les méthodes de calcul du nombre sont à la base des algorithmes numériques et de la modélisation. π La méthode de Monte Carlo, l'utilisation des séries de Leibniz et d'Euler et la méthode des intégrales définies permettent de calculer avec une grande précision. π Ces méthodes sont largement utilisées pour approximer la valeur de dans divers problèmes de calcul, garantissant ainsi une grande précision et efficacité des calculs numériques.

a Par conséquent, à notre avis, les méthodes de calcul du nombre π utilisant des formes géométriques, telles qu'un carré avec les paramètres 1 et un cercle avec le rayon

$R = 1$, sont extrêmement importants pour la recherche mathématique et les applications pratiques. L'utilisation de polygones inscrits nous permet d'approcher progressivement la valeur de π avec une grande précision, ce qui est important pour de nombreux problèmes scientifiques et techniques. Ces méthodes démontrent comment des principes géométriques simples peuvent être appliqués efficacement pour résoudre des problèmes mathématiques complexes, en fournissant un niveau élevé de précision et de fiabilité des calculs.

CONCLUSIONS

Ce mémoire de maîtrise est consacré à l'analyse approfondie, à la recherche et au développement de méthodes de calcul du nombre π , qui est l'une des constantes mathématiques les plus importantes. Le travail examine l'évolution historique des méthodes de calcul de π , compare différentes approches et propose de nouvelles méthodes basées sur l'utilisation de formes géométriques, telles qu'un carré avec des paramètres $a = 1$ et un cercle de rayon $R = 1$. Les conclusions de ce travail révèlent l'importance et la valeur pratique des méthodes étudiées.

L'évolution historique des méthodes de calcul du nombre π montre comment différentes civilisations et de grands mathématiciens ont tenté de déterminer cette constante avec un maximum de précision. Dans l'Antiquité, des mathématiciens tels qu'Archimède, les Égyptiens et les Babyloniens ont fait des progrès considérables dans l'étude de π . Archimède a d'abord proposé une méthode d'approximation de π à l'aide de polygones inscrits et circonscrits, qui a servi de base à d'autres recherches. Sa méthode a montré que le nombre π est compris entre $3\frac{10}{71}$ et $3\frac{1}{7}$, ce qui est un résultat significatif pour les de l'époque.

Au cours du Moyen Âge et de la Renaissance, l'intérêt pour le nombre π ne s'est pas démenti. Des mathématiciens tels que François Viète, John Wallis, Isaac Newton et Gottfried Leibniz ont développé de nouvelles méthodes de calcul de π basées sur l'utilisation de séries et de produits infinis. Ces méthodes ont permis d'atteindre une précision encore plus grande dans la détermination du nombre π . Viète a été le premier à utiliser le concept de série infinie, ce qui a constitué une nouvelle étape dans le développement des méthodes mathématiques. Wallis a proposé la série de Wallis, qui permettait d'obtenir π avec une grande précision en utilisant un produit infini de fractions.

Aux XVIIIe et XIXe siècles, le développement de méthodes de calcul de π s'est poursuivi grâce aux travaux de mathématiciens tels que Leonard Euler, James Gregory, Raja Sivalingam, Charles Havercraft et William Rugin. Euler a développé plusieurs approches différentes, notamment les séries d'Euler et les intégrales elliptiques, qui lui ont permis d'atteindre une précision allant jusqu'à 20 . Havercraft et Rugin ont utilisé des intégrales elliptiques pour calculer la

des intégrales et des séries de puissances pour atteindre une précision allant jusqu'à 62 et 707 décimales, respectivement.

De nos jours, grâce au développement de la technologie informatique, le calcul du nombre π est devenu possible avec une précision incroyable. Les algorithmes modernes, tels que la méthode de Monte Carlo, la méthode Borwin, la méthode Bailey-Borouin-Plough et d'autres, permettent de calculer π avec une précision de plusieurs milliards, voire de plusieurs trillions de chiffres. Cette prouesse a été rendue possible grâce à des ordinateurs puissants et des logiciels spécialisés. Par exemple, en 2019, des chercheurs ont utilisé y-cruncher pour calculer π avec 31,4 trillions de décimales, ce qui constitue le calcul le plus précis à ce jour.

$a=R=$ Le développement de nouvelles méthodes de calcul du nombre π à l'aide de formes géométriques, telles qu'un carré de paramètre 1 et un cercle de rayon 1, a montré l'efficacité de l'approche géométrique. L'utilisation de polygones inscrits permet d'approcher progressivement la valeur de π avec une grande précision. L'insertion d'un carré régulier dans un cercle permet d'obtenir la longueur du côté du carré, soit

$\sqrt{2}$ est égal à $\frac{2}{\sqrt{2}}$, et le périmètre du carré est calculé comme étant $2\sqrt{2}$. Voici l'équation

d'un octogone régulier permet d'obtenir une approximation encore plus précise du nombre π .

$\sqrt{2}-\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{2}$ La longueur du côté de l'octogone est de $2\sqrt{2}$, et le périmètre de l'octogone est calculé comme suit : $8\sqrt{2}$.

Les méthodes de calcul du nombre π ont de nombreuses applications pratiques. B Dans les calculs techniques, le nombre π est utilisé pour déterminer le moment d'inertie d'une section circulaire, la surface des parties circulaires, le volume d'un cylindre et la surface d'une sphère. Les valeurs exactes de π permettent une grande précision des calculs, ce qui est important pour les projets d'ingénierie.

En infographie, le nombre π est largement utilisé différents objets. La construction d'objets circulaires avec des polygones inscrits permet de créer des modèles réalistes. L'approximation des courbes par des polygones permet de modéliser des formes complexes avec une grande précision.

précision. Le rendu des objets cylindriques et sphériques est également basé sur des calculs π précis, ce qui garantit des images réalistes.

Les méthodes de calcul de π sont également à la base des algorithmes numériques et de la modélisation en mathématiques informatiques. La méthode de Monte Carlo, l'utilisation des séries de Leibniz et d'Euler et la méthode des intégrales définies permettent de calculer π avec une grande précision. Ces méthodes sont largement utilisées pour approximer la valeur de π dans diverses tâches de calcul, ce qui garantit la précision et l'efficacité des calculs numériques.

Dans l'ensemble, ce mémoire de master montre que les méthodes de calcul du nombre π sont importantes pour la recherche mathématique et les applications pratiques. Le développement historique des méthodes de calcul de π démontre l'évolution des connaissances et des outils mathématiques qui sont devenus plus précis et plus efficaces au fil du temps. L'utilisation de formes géométriques, telles qu'un carré dont les paramètres sont $a = 1$ et un cercle dont le rayon est $R = 1$, nous permet d'approcher progressivement la valeur de π avec une grande précision, ce qui est important pour de nombreux problèmes scientifiques et techniques.

Cet article montre comment des principes géométriques simples peuvent être appliqués efficacement pour résoudre des problèmes mathématiques complexes. L'utilisation de polygones inscrits nous permet d'obtenir une grande précision dans la détermination de π , ce qui est utile pour les calculs d'ingénierie, l'infographie et les mathématiques computationnelles. Le développement de nouvelles méthodes de calcul de π montre comment la combinaison d'approches historiques et de technologies modernes peut conduire à des avancées significatives dans la recherche mathématique.

LISTE DE RÉFÉRENCES

1. Archimède et le calcul de Pi. URL : <https://www.math.utah.edu/~alfeld/Archimedes/Archimedes.html> (consulté le 01.05.2024).
2. Bailey D. H., Borwein J. M., et Plouffe S. On the Rapid Computation of Various Polylogarithmic Constants. *Mathematics of Computation*. 1997. Vol. 66, No. 218. P. 903-913.
3. Beckmann P. Une histoire de π (Pi). St. Martin's Press. 1971. 202 p.
4. Borwein J. M. et Bailey D. H. *Mathematics by Experiment : Plausible Reasoning in the 21st Century*. A K Peters/CRC Press. 2004. 379 p.
5. Borwein J. M., Borwein P. B. et Bailey D. H. Ramanujan, Modular Equations, and Approximations to Pi. *American Mathematical Monthly*. 1989. Vol. 96. P. 201-220.
6. Borwein J. et Borwein P. *Pi : A Source Book*. Springer Science & Business Media. 1998. 736 p.
7. Borwein J., Bailey D., et Girgensohn R. *L'expérimentation in Mathematics : Computational Paths to Discovery*. A K Peters/CRC Press. 2003. 288 p.
8. Brent R. P. *Algorithmes pour la minimisation sans dérivés*. Courier Corporation. 2013. 224 p.
9. Brent R. P., et Zimmermann P. *Modern Computer Arithmetic*. Cambridge University Press. 2010. 236 p.
10. Chudnovsky D. V., et Chudnovsky G. V. Approximations et multiplication complexe selon Ramanujan. *Société mathématique américaine*. 1987. Vol. 2. P. 375-387.
11. Russo M. *3,14 Motivi per Uccidere*. Publication indépendante, 2020.
12. Turing A. M. On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. *Actes de la Société mathématique de Londres*. 1937. Vol. 2-42. P. 230-265.

13. Antonov V. A. Histoire du développement des méthodes de calcul du nombre π . Bulletin de l'Université de Kiev. Série "Sciences physiques et mathématiques". 2017. Numéro 2. pp. 50-57.
14. Atanasian L. S. Geometry : [manuel pour les facultés de physique et de mathématiques des instituts pédagogiques
Kiev : Vyssha Shkola, 1976. Vol. 1. 455 p.
15. Boyko I. V. Approches géométriques du calcul du nombre π . Journal "Les mathématiques dans les écoles d'Ukraine". 2016. № 4. C. 12-18.
16. Vardova A. Histoire du développement de la catégorie du nombre au début de la période moderne de l'anglais. *Bulletin de la Société scientifique étudiante de l'Institut pédagogique d'État des langues étrangères de Horlivka*. 2011. Numéro 30. C. 64-66.
17. Constantes mathématiques et leur calcul. Bulletin de l'Université nationale de Tchernivtsi. Série "Sciences physiques et mathématiques". 2018. Numéro 5. C. 67-74.
18. Bulletin de l'Université nationale Taras Shevchenko de Kiev. Série "Sciences physiques et mathématiques". URL : <http://www.science.univ.kiev.ua/> (consulté le 01.03.2024).
19. Bulletin de l'Université de Lviv. Série "Mathématiques et mécanique". URL : <http://www.lnu.edu.ua/research/journals> (consulté le 01.03.2024).
20. Bulletin de l'Université technique nationale "KhPI". URL : <https://repository.kpi.kharkov.ua/> (consulté le 03.03.2024).
21. Bulletin de l'Université nationale de Kharkiv. URL : <http://www.univer.kharkov.ua/> (consulté le 01.03.2024).
22. Derevyanko S. M. Histoire du calcul du nombre π dans les cultures anciennes. Bulletin de l'Université de Lviv. Série "Mathématiques et mécanique". 2015. Numéro 3. C. 34-40.
23. Archives électroniques des travaux scientifiques de l'Université d'État de Sumy. URL : <http://essuir.sumdu.edu.ua> (consulté le 03.03.2024).

24. Zavadskiy V. O. Calcul du nombre π au moyen de méthodes numériques. Bulletin de l'Université technique nationale "KhPI". 2019. Numéro 7. C. 23-28.
25. L'histoire et problèmes chiffres Pi. URL : <https://www.slideshare.net/slideshow/ss-66923995/66923995> (accessed 10.03.2024).
26. Histoire de Pi : thèse / O. A. Bilous et al. 2010. URL : <http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/21350> (accessed 03.03.2024).
27. Méthodes de calcul du nombre π dans la Grèce antique. Bulletin de l'Université nationale Taras Shevchenko de Kiev. Série "Histoire". 2016. Numéro 2. pp. 92-98.
28. Méthodes analytiques pour le calcul du nombre π . Bulletin de l'Université nationale de Kharkiv. Série "Sciences physiques et mathématiques". 2017. Numéro 4. C. 77-83.
29. Géométrie différentielle d'un champ de vecteurs. *Bulletin de l'Université nationale Taras Shevchenko de Kiev. Série "Sciences physiques et mathématiques"*. 2006. Numéro 1. pp. 84-92.
30. Géométrie différentielle des correspondances de l'espace quadridimensionnel. *Bulletin de l'Université de Kiev. Série "Sciences physiques et mathématiques"*. 2002. Numéro 3. C. 110-120.
31. Lukianikhin O. V. Calcul statistique du nombre Pi dans l'expérience de Buffon : thèse. 2015. URL : <http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/43351> (accessed 03.03.2024).
32. Lutsenko A. La géométrie fractale dans la formation du design. *Jeune scientifique*. 2022. № 12 (112). C. 46-50. URL : <https://doi.org/10.32839/2304-5809/2022-12-112-8> (accessed 03.03.2024).
33. Melnyk S. V. La théorie des nombres dans l'Antiquité. Bulletin de l'Académie nationale des sciences d'Ukraine. 2019. Numéro 12. C. 72-78.

34. Manuel méthodologique manuel "Le nombre Pi". URL : <https://naurok.com.ua/metodichniy-posibnik-chislo-pi-142961.html> (consulté le 10.03.2024).
35. Bibliothèque électronique scientifique des périodiques de l'Académie nationale des sciences d'Ukraine. URL : <http://dspace.nbuv.gov.ua> (consulté le 03.03.2024).
36. Pavlenko I. M. Calcul du nombre Pi par des méthodes d'analyse numérique. Notes scientifiques de l'Université de Kiev. 2015. Numéro 8. C. 102-107.
37. Paliychuk I. V. Histoire du développement des méthodes de calcul du nombre. Journal "Mathematical Bulletin". 2016. № 3. C. 45-52.
38. Approches mathématiques du calcul du nombre. Bulletin de l'Université nationale de Dnipro. Série "Sciences physiques et mathématiques". 2018. Numéro 5. C. 34-41.
39. Petrova L. Histoire du développement des constantes mathématiques. Héraut de KhNU. 2018. Numéro 3. C. 34-39.
40. Pimenov R. Esthétique, symétrie et géométrie du cercle. *Pays de connaissance*. 2020. № 1 (140). C. 18-23.
41. Pimenov R. Esthétique, symétrie et géométrie du cercle. *Pays de connaissance*. 2020. № 1 (140). C. 18-23.
42. Semenovych O. F. Géométrie. K., 1971. 280.
43. Semenovych O. F. Géométrie. Kiev, 1976. 167 c.
44. Méthodes analytiques de calcul du nombre Pi. Bulletin du NTU "KhPI". 2016. Numéro 2. pp. 45-50.
45. La liste des sites Internet de l'Union européenne et de la Commission européenne. URL : <https://www.factday.net/7-9-cikavi-fakty-ta-istoriya-chysla-pi.html> (consulté le 10.03.2024).
46. Qu'est-ce que le pi : histoire et faits intéressants. URL : <https://www.mathema.me/blog/chislo-pi/> (consulté le 01.03.2024).
47. Yakovenko P. S. Histoire du calcul du nombre π dans la Chine ancienne. Bulletin de l'Université nationale de Kharkiv. Série "Histoire des sciences et des technologies". 2017. Numéro 6. C. 58-64.

ANNEXES

Annexe A. Tableaux de calcul historiques

Tableau A - Tableau des calculs π par les méthodes d'Archimède

Quantité parties	Entré polygone	Description. polygone	La valeur de π
6	3.000000	3.464102	3.000000 - 3.464102
12	3.105829	3.215390	3.105829 - 3.215390
24	3.132629	3.159659	3.132629 - 3.159659
48	3.139350	3.146086	3.139350 - 3.146086
96	3.141032	3.142715	3.141032 - 3.142715

Tableau B - Tableau des calculs π par la méthode d'Euler

Nombre de membres de la ligne	La valeur de π
10	3.141592
20	3.141592653
50	3.14159265358979
100	3.141592653589793