

DÉBATS

Calculer l'infini ou la limite de la connaissance

Collection du "Monde" : Le Monde mathématique No 6. Tout le monde connaît au moins 3,14... Les décimales qui suivent peuvent se mémoriser, mais il y a une limite. Une limite qui dépend de notre capacité à retenir les chiffres en question, mais aussi une limite de calcul.

Par Philippe Pajot

Publié le 30 avril 2013 à 15h03 • Mis à jour le 30 avril 2013 à 15h03 • Lecture 3 min.



"Le Monde mathématique" No 6, 164 pages, 9,99 € D.R.

Que vaut pi ? Tout le monde connaît au moins 3,14... Les décimales qui suivent peuvent se mémoriser, mais il y a une limite. Une limite qui dépend de notre capacité à retenir les chiffres en question, mais aussi une limite de calcul. Car comme les décimales de pi se poursuivent indéfiniment et qu'elles ne se répètent jamais, notre connaissance intime de ce nombre est celle que nous pouvons avoir de ses décimales.

Newsletter

« LA REVUE DU MONDE »

Chaque vendredi, les dix articles de la semaine qu'il ne fallait pas manquer.

[S'inscrire](#)

De l'Antiquité, où on ne connaissait que les 2 ou 3 premières décimales, on arrive à la fin de la seconde guerre mondiale, à 620, toutes calculées à la main. L'avènement de l'ordinateur accélère la course aux décimales. Le record actuel est de 10 000 milliards. Avant d'arriver à cette performance, il a fallu quelques progrès en mathématiques et en informatique, et en premier lieu, une formule de calcul pour pi. Ce nombre mythique, le plus souvent défini comme la proportion entre la circonférence d'un cercle et son diamètre, apparaît dans tous les domaines des mathématiques, de la géométrie à l'analyse. Et les probabilités ne sont pas en reste. Saviez-vous qu'on peut retrouver sa valeur en lançant des aiguilles sur un parquet ? La probabilité qu'une aiguille croise la limite des lames de

parquet est liée à pi.

Jusqu'à la Renaissance, c'est la méthode géométrique des polygones, initiée par Archimède, qui prévaut : on obtient pi en encadrant sa valeur par les longueurs de polygones contenant de plus en plus de côtés. En 1540, le mathématicien allemand Ludolph van Ceulen parvient à calculer 35 décimales de pi en construisant des polygones à 2^{62} côtés (environ 10^{18}). Avec la méthode géométrique d'Archimède et pratiquement toutes les méthodes élaborées grâce aux découvertes de l'analyse, aux XVII^e et XVIII^e siècles, la convergence reste mauvaise : on gagne au plus trois décimales après cinq étapes de calcul.

La formule la plus efficace est apparue en 1989. Elle est due à deux mathématiciens ukrainiens travaillant aux Etats-Unis, David et Gregory Chudnovsky. Elle trouve son origine dans les travaux du mathématicien indien génial Srinivasa Ramanujan, qui avait découvert, au début du XX^e siècle, des relations entre pi et des séries (sans les démontrer). Chaque itération supplémentaire donne 25 décimales de pi à chaque étape.

Un dernier type de formule est nécessaire à ces calculs. Il s'agit d'une formule "magique" découverte en 1995 par le Canadien Simon Plouffe, qui permet de calculer dans le désordre n'importe quel chiffre binaire (en base 2) de pi : on peut ainsi calculer le milliardième chiffre binaire de pi sans avoir calculé les précédents ! Par une recherche systématique, l'informaticien Fabrice Bellard en a trouvé une autre, plus efficace et plus rapide.

Un pi numérique

Tout est alors en place pour le record. Sur un PC très optimisé, les informaticiens utilisent la formule des frères Chudnovsky pour calculer pi sans relâche pendant plus d'un an. Le calcul donne pi en binaire qui est vérifié par les formules de Plouffe et de Bellard. Puis, les deux vérifications étant concordantes, la conversion est faite en base 10 pour obtenir $\pi = 3,141592653\dots$ Bien entendu, on ne peut pas imprimer cette valeur calculée sur du papier, car les 10^{13} décimales occuperaient autant de livres qu'en contient la Bibliothèque nationale de France. Ce pi numérique existe sous forme d'un fichier informatique.

Et si vous voulez essayer de battre de tels records de décimales, sur pi ou sur d'autres constantes des mathématiques, pourquoi ne pas essayer ? L'Américain Alexander J. Yee, qui a battu le record du monde pour le calcul des décimales de pi en 2011, propose son programme (y-cruncher) en téléchargement. A tenter si vous avez un gros PC et s'il peut fonctionner plus d'un an sans tomber en panne...

Le Monde mathématique

N° 6, 164 pages, 9,99 €

Philippe Pajot

Services